

Abschnitt II

Die Schallausbreitung in der Atmosphäre

Von Prof. B. Gutenberg, Pasadena (Kalif.)

§ 33. Einleitung¹⁾. Die Schallfortpflanzung in der Atmosphäre gehorcht im Prinzip den gleichen Gesetzen wie die Fortpflanzung der Longitudinalwellen im Erdinnern, sofern man von dem Einfluß des Windes absieht. Man nahm auf Grund des Gesetzes über die Schallgeschwindigkeit an, daß diese bis zu den höchsten für die Praxis in Frage kommenden Höhen abnimmt, so daß normalerweise die Schallstrahlen von der Erdoberfläche weg nach dem Einfallslot im Ausgangspunkt hin gekrümmt sein müssen, so daß ein Strahl, der die Erdoberfläche verlassen hat, nicht mehr zu dieser zurückkehren kann.

Es erregte daher allgemeines Interesse, als v. D. BORNE²⁾ im Jahre 1904 feststellte, daß außer dem normalen Schall bei einer heftigen Explosion noch eine weitere Schallzone vorhanden war, und als später Schalluntersuchungen bei Explosionen diese Beobachtung bestätigten. Die Beobachtungen von v. D. BORNE bildeten den Ausgangspunkt für die „Seismik der Atmosphäre“. Im Laufe der Zeit ergab sich, daß eine Lösung des Problems selbst in erster Annäherung nur möglich ist, wenn die Eintrittszeiten des Schalles mit Instrumenten objektiv und mit möglichster Zeitgenauigkeit festgestellt werden. Auf Grund dieser Erkenntnis wurde dann mit dem Bau von Schallregistrierinstrumenten begonnen. Die historische Entwicklung der Luftseismik nahm genau den gleichen Verlauf wie die Entwicklung der Seismik des Erdkörpers, nur in wesentlich schnellerem Tempo, da eine ganze Reihe von Ergebnissen und Erfahrungen der Seismik des Erdkörpers ohne weiteres übernommen werden konnte.

Kapitel 5

Instrumente zur Aufzeichnung von Schallwellen³⁾

§ 34. Überblick über die Instrumenttypen. Fast alle zur Registrierung von Schallwellen benutzten Instrumente benutzen die Druckänderung, welche beim Vorübergang der Schallwelle erzeugt wird. Lediglich das von E. WIECHERT benutzte $2\frac{1}{2}$ millionenfach vergrößernde Seismometer in Göttingen zeichnet die durch den Schall hervorgerufenen Bodenerschütterungen auf. Von ihm wollen wir im folgenden absehen.

¹⁾ Zusammenfassende Literaturangaben in: A. WEGENER, Zeitschr. f. Geophysik, 1, 297, 1925. — H. HERGESELL und P. DUCKERT, Die Arbeiten des Preuß. Aeronaut. Observat. Lindenberg, 16. Wiss. Abh. Heft B, Braunschweig, 1927, und Heft D, 1929. — CH. MAURIN, Sur la propagation des ondes aériennes. Ann. de l'Institut de Phys. du Globe, Paris, 1926.

²⁾ Die Erdbebenwarte, 4, 1, 1904.

³⁾ Näheres in Band 8.

Die übrigen Schallregistrierinstrumente benutzen entweder eine bewegliche starre Platte, einen Kolben, oder eine Membran, um einen bestimmten Luftraum abzusperren. Bei Druckänderungen schwingt der Kolben bzw. die Membran. Die Registrierung erfolgt meist nach mechanischer Vergrößerung durch Hebel optisch, doch hatte E. WIECHERT¹⁾ auch mit Rußschreibern gute Erfahrungen gesammelt, anderseits P. DUCKERT vorgeschlagen, einen Teil des bewegten Systems als Kondensatorplatte auszubilden, deren Bewegungen die Wellenlänge eines Hilfssenders variiert²⁾.

a) Kolbeninstrumente. Zu den ersten benutzten Instrumenten gehörte ein *Kolbeninstrument* von E. WIECHERT. In den Hals einer Flasche mit etwa 60 Liter Inhalt war ein leichter Aluminiumkolben von 4 cm Durchmesser und einem 1 cm hohen Rand beweglich eingesetzt. Die Registrierung erfolgte optisch. Die Konstanten waren: Vergrößerung der Kolbenbewegung $V = 500$, Eigenperiode des schwingenden Systems $T_0 = 1/5$ sec.

Ebenfalls auf dem Prinzip des Kolbens beruht der *Tauchplattenapparat* von KÜHL. Bei diesem hängt in einem senkrechten Rohr an einer Torsionswaage eine Glimmerplatte. Bei KÜHL hatte das Instrument folgende Dimensionen: Rohrdurchmesser 22 mm, Gewicht der Glimmerplatte 0,03 g, Hebellänge der Torsionswaage 2 cm; bei einer Registrierentfernung von 1 m erzeugten 2 mg Belastung der Platte einen Ausschlag von etwa 1 mm.

Eine Abänderung des vorigen Instrumentes ist der *Undograph* von KÜHL, der in einer größeren Zahl von Exemplaren in Benutzung ist. Eine Glimmerplatte, die um ihre vertikal stehende Mittellinie drehbar ist, schließt wie eine Tür einen bestimmten Luftraum ab. Die eine Hälfte der Platte wird von der Außenluft getroffen, als Richtkraft wird der Torsionswiderstand des Aufhängedrahtes benutzt. Die Registrierung erfolgt photographisch mit einem mit der Glimmerplatte verbundenen Spiegel. Der Kasten ist so groß gewählt, daß er gleichzeitig als Dunkelraum für die photographische Registrierung benutzt werden kann.

Ein *Druckvarioskop* von ROBITSCH war ähnlich gebaut wie der Tauchplattenapparat von KÜHL, nur benutzte er an Stelle der Glimmerplatte eine Aluminiumfolie.

Zu den Kolbenapparaten gehört weiter das oben erwähnte *Seismophon* von DUCKERT.

b) Membraninstrumente. Die meisten Instrumenttypen zur Schallregistrierung benutzen als Abschluß eines Luftvolumens eine Membran, die bei Druckschwankungen schwingt. Die Unterschiede zwischen den einzelnen Typen sind gering; sie bestehen meist entweder in dem Stoff, aus dem die Membran besteht, oder in der Registrierart.

Der *Membranvariograph* von ROBITSCH stellt wohl das älteste Instrument dar. Es bestand aus einem $7\frac{1}{2}$ Liter fassenden Glasgefäß, das durch eine gewellte 0,1 mm dicke Neusilbermembran abgeschlossen war. Durch ein etwa zehnfach übersetzendes Hebelsystem wurde ein Spiegel bewegt, die Registrierung erfolgte also optisch. Das Instrument war gedämpft, $V_0 =$ etwa 10000.

Die ersten *Fensterscheibenapparate* rührten anscheinend von RITTER her. Bei diesen wird der Beobachtungsraum als Luftmasse benutzt, die Vibrationen der nach außen gehenden Fenster werden registriert. RITTER übertrug die Bewegung durch einen Hebelmechanismus auf einen Spiegel und registrierte mit

¹⁾ Deutsche Forschung, Heft 4, S. 14. Berlin, 1928.

²⁾ Zeitschr. f. Instrumentenkunde, 46, 71, 1926.

Hilfe eines Lichtschreibers. Mit einem Fensterscheibenapparat beobachtete RITTER auch die Schallwellen, die von der Explosion bei La Courtine herrührten, in Berlin in einer Entfernung von 1160 km. Ein kleines Spiegelchen von 1 cm Durchmesser und 1,5 m Brennweite, das auf einem Stahldraht drehbar befestigt war, wurde mit einem Vorsprung seiner Fassung gegen die Mitte des Fensters angelegt. Es war $V_0 = 250$.

Andere Ausführungen des Grundprinzips sind mehrfach benutzt worden. So führte GUTENBERG von dem Fenster einen dünnen Draht um eine Achse mit kleinem Durchmesser, an der ein leichter Spiegel befestigt war. An dem Ende des Drahtes befand sich ein kleines Gewicht, das den Draht gespannt hielt. Es ist dann $V_0 = 2D:r$, wo D die Distanz Spiegel—Registrierwalze und r der Radius der Drehachse ist.

ANGENHEISTER ersetzte die Glasscheibe des Fensters durch eine Zinkplatte, führte Glycerindämpfung ein und registrierte ebenfalls optisch. WIECHERT benutzte eine Gummimembran.

Rußschreiber wurden, wie oben erwähnt, von WIECHERT benutzt. Das Gefäß hatte in diesem Falle einen Inhalt von 500 Litern, als Membran diente eine Aluminiumfolie mit einem Durchmesser von $44\frac{1}{2}$ cm und einer Dicke von 0,1 mm. V_0 war 200, einer Luftdruckänderung um 1 mg/cm^2 entsprach ein Ausschlag von etwa 0,5 mm.

Von KÜHL, aber auch vielfach im Auslande, wurden *Mikrophone* zur Aufzeichnung benutzt, die unter Benutzung von Oszillographen die Schwingungen registrierten.

Schließlich baute RITTER auch Geräte, um Luftdruckwellen und den Verlauf des Luftdruckes auch *in der Nachbarschaft der Schallquelle registrieren* zu können. Es sind einmal Messingdosen mit einem inneren Durchmesser von etwa 3 cm, die mit Bleiblech bespannt sind, um aus der Durchbiegung den Maximaldruck finden zu können, dann Holzkasten mit einer in die Vorderwand eingefügten Membran, deren Bewegungen stark gedämpft und mit Schreibhebeln aufgezeichnet werden. Eine eingehende Darstellung der Instrumente erfolgt, wie erwähnt, in Band 8.

§ 35. Zur Theorie der Schallregistrierinstrumente. Die Theorie der Schallregistrierinstrumente ist seither sehr vernachlässigt worden¹⁾. Es zeigt sich (vgl. O. MEISSER, a. a. O.), daß in erster Linie die durch Schallwellen hervorgerufenen Druckänderungen, nicht aber die gleichzeitig eintretenden Änderungen von Dichte, Temperatur der Luft sowie die Geschwindigkeit der Luft zur Aufzeichnung geeignet sind. Bezeichnen wir mit

- φ das Potential der Bewegung,
- p den Druck,
- c die Schallgeschwindigkeit,
- t die Zeit,
- ρ die Dichte,
- s die Verdichtung der Luft, definiert durch $\rho = \rho_0 (1 + s)$,
- v die Geschwindigkeit der Luftteilchen,

so gelten unter der Voraussetzung, daß die Änderungen des Zustandes klein sind, folgende Beziehungen:

¹⁾ Vgl. O. MEISSER, „Untersuchungen über die Registriergeräte für Luftdruckmessungen . . .“ I. Als Manuskript gedruckt. Reichsanstalt für Erdbettenforschung, Jena 1929.

¹⁾ B. GUTENBERG, Gerlands Beitr. z. Geophysik, **26**, 34, 1930.

$$V = -\frac{Ck}{n^2}, \quad k = -\frac{n^2 V}{C} \quad (217)$$

Gleichung (213), läßt sich somit folgendermaßen schreiben:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{dz}{dt} + n^2 z = n^2 \frac{V}{C} p.$$

Somit ist die Bewegung des starr mit der Masse des Kolbens verbunden gedachten Registrierpunktes gegeben durch

$$\frac{d^2 a}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{da}{dt} + n^2 a = n^2 V p \quad (218)$$

In der Praxis der Schallregistrierungen hat man es hauptsächlich mit sinusartigen Wellen zu tun. Wir nehmen daher zunächst einmal an, daß *dauernde Sinuswellen mit der Periode T auf das Schallregistrierinstrument treffen*. Setzen wir

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (219)$$

so ist also die Druckänderung, die gegen den Kolben trifft, von der Form

$$p = p_0 \sin \omega t, \quad (220)$$

und die Schwingungsgleichung des Registrierpunktes lautet

$$\frac{d^2 a}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{da}{dt} + n^2 a = n^2 V p_0 \sin \omega t \quad (221)$$

Diese Beziehung entspricht der für Seismographen gefundenen (vgl. Bd. 4)

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + 2\varepsilon \frac{d\alpha}{dt} + n^2 \alpha = V^* \xi_0 \omega^2 \sin \omega t \quad (222)$$

deren Lösung lautet

$$\alpha = \frac{V^* \xi_0 \omega^2}{\sqrt{(n^2 - \omega^2)^2 + 4\varepsilon^2 \omega^2}} \sin \omega (t - \tau) \quad (223)$$

wo

$$\operatorname{tg} \omega \tau = \frac{2\varepsilon \omega}{n^2 - \omega^2} \quad (224)$$

Der Vergleich von (221) mit (222) zeigt, daß wir nur den Ausdruck $V^* \xi_0 \omega^2$ zu ersetzen haben durch $V n^2 p_0$. Wir erhalten somit in unserem Falle statt (223)

$$a = \frac{V p_0 n^2}{\sqrt{(n^2 - \omega^2)^2 + 4\varepsilon^2 \omega^2}} \sin \omega (t - \tau). \quad (225)$$

Abgesehen von einer *Phasenverschiebung* τ , die sich nach (224) genau wie beim Seismometer ergibt (Fig. 33a) zu

$$\tau = \frac{1}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{2\varepsilon \omega}{n^2 - \omega^2}, \quad (226)$$

wird die Vergrößerung der durch (220) dargestellten Sinuswelle gegeben durch

$$\mathfrak{B} = \frac{n^2 V}{\sqrt{(n^2 - \omega^2)^2 + 4\varepsilon^2 \omega^2}} = \frac{V}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2\right]^2 + \frac{4\varepsilon^2}{n^2} \left(\frac{T_0}{T}\right)^2}} \quad (227)$$

Die Gleichung ist ähnlich gebaut wie die entsprechende Seismometergleichung:

$$\mathfrak{B}^* = \frac{\omega^2 V^*}{\sqrt{(n^2 - \omega^2)^2 + 4 \varepsilon^2 \omega^2}} = \frac{V^*}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{T}{T_0}\right)^2\right]^2 + \frac{4 \varepsilon^2}{n^2} \left(\frac{T}{T_0}\right)^2}} \quad (228)$$

nur ist für $T: T_0$ der reziproke Wert $T_0: T$ einzusetzen. Wir erhalten somit die gleichen Vergrößerungskurven wie im Falle der Seismometer, nur müssen wir in der dort benutzten Figur für die Abszissenwerte $\frac{T}{T_0}$ die reziproken Werte einsetzen. In Fig. 33b ist dies geschehen. Unter „Dämpfungsverhältnis“ v ist dabei das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Amplituden nach verschiedenen Seiten verstanden.

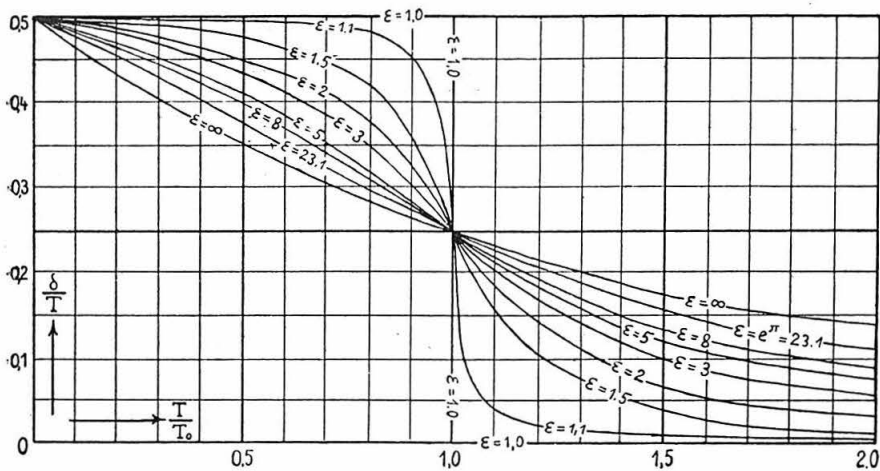


Fig. 33a

Verhältnis der Phasenverzögerung δ zur Periode T der Wellen bei verschiedenem Verhältnis $T: T_0$ der Wellenperiode zur Eigenperiode des Instrumentes bei verschiedenem Dämpfungsverhältnis ε für andauernde gleichförmige Sinuswellen.

(Nach E. WIECHERT)

Wir können nun eine ganze Reihe von Ergebnissen über Seismometer (vgl. Band 4 des Handbuches) sinngemäß auf die Schallregistrierinstrumente übertragen. So zeichnet z. B. ein Instrument mit dem Dämpfungsverhältnis $\left(\frac{\varepsilon}{n}\right)^2 = \frac{1}{2}$ oder $v = e^\pi = 23:1$ alle Wellen, deren Periode über der doppelten Eigenperiode liegt, angenähert mit der Vergrößerung V auf.

Die Phasenverschiebung τ ist, wie schon erwähnt wurde, die gleiche wie beim Seismometer. Insbesondere ist für

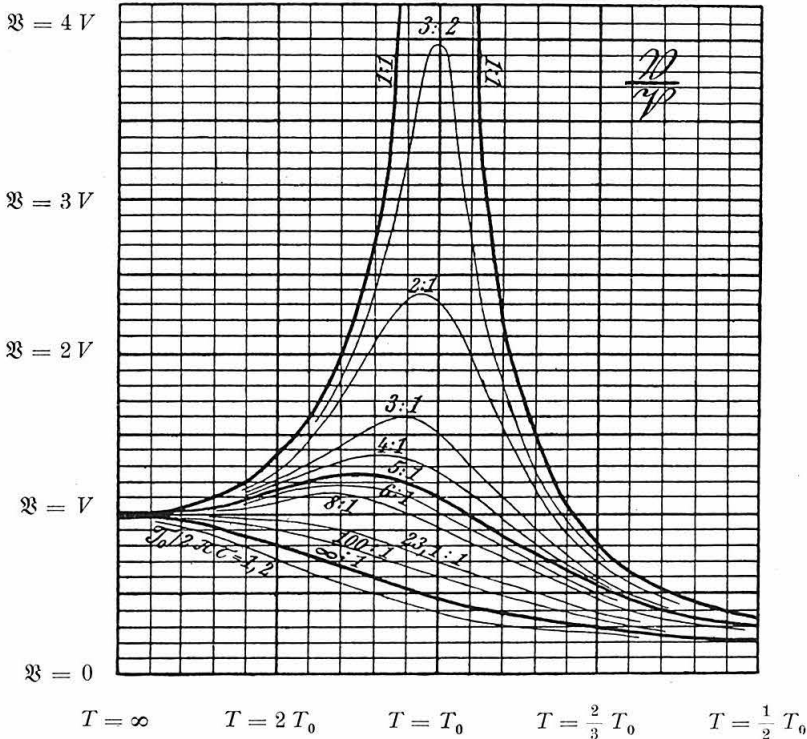
$$T = 0 \quad \tau = 0; \quad T = T_0 \quad \tau = -\frac{T}{4}; \quad T = \infty \quad \tau = -\frac{T}{2}.$$

Ob hierbei noch $\pi/2$ zu addieren ist oder nicht, hängt von der Richtung ab, die man einer Druckwelle zuordnet. Genau wie im Falle des Seismometers gilt auch (227) nur für andauernde Sinuswellen. Für den Beginn von Wellen und anders-

artige Wellenformen ist (227) nur eine mehr oder minder rohe Annäherung. Für ein Schallregistrierinstrument, das alle Bewegungen konform abbildet, müßte n und ε so gewählt werden, daß sich in (218)

$$\frac{d^2 a}{dt^2} + 2 \varepsilon \frac{da}{dt} + n^2 a = n^2 V p$$

$a = V$ für alle Werte p ergibt. Bei endlichen Werten von ε , a , $\frac{da}{dt}$ und $\frac{d^2 a}{dt^2}$ ist dies nur möglich, wenn $\frac{d^2 a}{dt^2} + 2 \varepsilon \frac{da}{dt}$ neben $n^2 a$ vernachlässigt werden kann, d. h. falls ε klein ist, und $n = \infty$, demnach $T_0 = 0$, also für ein Schallregistrier-



kleiner als bei Sinuswellen, und zwar besonders bei schwach gedämpften Instrumenten und in der Nähe der Eigenperiode. In der Praxis kann man in diesen Fällen eine rohe Annäherung erhalten, wenn man eine Vergrößerungskurve für stärkere Dämpfung benutzt.

Untersuchungen über die Vergrößerung in allgemeineren Fällen rühren von O. MEISSER (a. a. O.) her. Dieser setzte

$$t = n t = \frac{2\pi}{T_0} t, \quad t = \frac{A}{n} \dots \dots \dots (229)$$

Dann ist

$$\frac{da}{dt} = \frac{da}{dt} \frac{dt}{dt} = n \frac{da}{dt} \quad \frac{d^2 a}{dt^2} = n^2 \frac{d^2 a}{dt^2} \dots \dots \dots (230)$$

und (218) geht über in

$$\frac{d^2 a}{dt^2} + \frac{2\varepsilon}{n} \frac{da}{dt} + a = V p \dots \dots \dots (231)$$

Setzt man noch

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{n}, \quad \dots \dots \dots (232)$$

wobei dann zwischen α und dem Dämpfungsverhältnis v die Beziehung besteht

$$v = e^{\frac{\pi}{\sqrt{1-\alpha^2}}}$$

so lautet die Schwingungsgleichung

$$\frac{d^2 a}{dt^2} + 2\alpha \frac{da}{dt} + a = V p \dots \dots \dots (233)$$

wo p nunmehr als Funktion von t zu betrachten ist. Die allgemeine Lösung lautet

$$x = X_0(t) + X(t) \dots \dots \dots (234)$$

wo

$$X_0(t) = e^{-\alpha t} (A \sin \beta t + B \cos \beta t) \dots \dots \dots (235)$$

$$X(t) = \frac{1}{\beta} \int_0^t p e^{-\alpha(t-\xi)} \sin \beta(t-\xi) d\xi \dots \dots \dots (236)$$

$$\beta = (1 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} \dots \dots \dots (237)$$

und nach der Integration $\xi = t$ zu setzen ist. X_0 stellt die Eigenschwingung, X die erzwungene Schwingung des Systems dar. In dem Falle, in dem $p(t)$ stetige Ableitungen besitzt, schreibt MEISSER

$$X(t) = \frac{1}{\beta} \sum_0^n (-1)^n p^{(n)}(t) \sin(n+1)\psi \dots \dots \dots (238)$$

wo

$$\operatorname{tg} \psi = \beta : \alpha \dots \dots \dots (239)$$

also

$$X(t) = p(t) - \frac{1}{\beta} \sin 2\psi p' + \frac{1}{\beta} \sin 3\psi p'' \mp \dots \dots \dots (240)$$

oder

$$X(t) = p - 2\alpha p' + (4\alpha^2 - 1)p'' - 4\alpha(2\alpha^3 - 1)p''' \pm \dots \dots (241)$$

Für $\alpha = \frac{1}{2}$ fällt das Glied mit p'' weg. Das entsprechende Dämpfungsverhältnis liegt etwas über 5:1. Ist $\alpha < 0,5$, so sind die Koeffizienten von p' und p'' negativ, ist $\alpha > 0,5$, so wirken sie entgegengesetzt, d. h. $X(t)$ nähert sich $p(t)$, falls p' und p'' gleiches Vorzeichen haben.

MEISSER stellt nun $p(t)$ durch eine FOURIERSche Reihe dar:

$$p(t) = \sum_1^n A_n \sin \left(\frac{T_0}{T_n} t + \varphi_n \right) \dots \dots \dots (242)$$

Dann ist nach (241)

$$X(t) = \sum_1^n \frac{A_n \sin \left(\frac{T_0}{T_n} t + \varphi_n + \varepsilon_n \right)}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{T_0}{T_n}\right)^2\right)^2 + 4\alpha^2 \left(\frac{T_0}{T_n}\right)^2}} = \sum_1^n \frac{A_n \sin (\gamma_n t + \varphi_n + \varepsilon_n)}{\sqrt{(1 - \gamma_n^2)^2 + 4\alpha^2 \gamma_n^2}} \quad (243)$$

wo

$$\operatorname{tg} \varepsilon_n = -\frac{2\alpha\gamma}{1 - \gamma^2} \quad \gamma_n = \frac{T_0}{T_n} \dots \dots \dots (244)$$

Man sieht auch hier wieder, daß man ein getreues Abbild nur für $T_0 = 0$ erhält. In diesem Falle wird $t = \infty$, $X_0 = 0$, X proportional p . Ist $T_0 \neq 0$, aber sehr klein gegen T_n , so wird γ_n sehr klein, und es ergibt sich angenähert

$$X^*(t) = \sum_1^n A_n [1 + \gamma_n^2 (1 - 2\alpha^2)] \sin (\gamma_n t + \varphi_n - 2\alpha\gamma_n) \quad (245)$$

wobei die eckige Klammer 1 wird, also die Bewegung fast unverzerrt wiedergegeben wird, wenn $\alpha^2 = 0,5$. Dieses Ergebnis hatten wir schon S. 94 für Sinuswellen gefunden, die entsprechende Dämpfung ist $v = e^\pi : 1 = 23 : 1$.

Kapitel 6

Aus der Theorie der Schallausbreitung.

§ 36. Die Schallgeschwindigkeit. Die Schallwellen sind elastische Wellen. Sie folgen daher allen Gesetzen, die für elastische Wellen gelten; da diese in Band 4 für „Erdbebenwellen“ eingehend abgeleitet sind, können wir uns hier auf die Schlußergebnisse beziehen. Die Schallwellen sind in der Tat „Erdbebenwellen“ mit Perioden, die unser Ohr als „Schall“ wahrnimmt. Der Unterschied ist also lediglich durch unser Gehör, nicht durch irgendwelche sachliche Unterschiede bedingt. Schallwellen sind hiernach streng genommen elastische Wellen mit Perioden zwischen 0,05 und 0,00005 Sekunden. Da diese Einteilung jedoch von ganz subjektiven Momenten abhängt, wollen wir im folgenden als Schallwellen auch die nicht hörbaren Wellen benachbarter Bereiche bezeichnen. Da uns weiter nur die Schallausbreitung in der Atmosphäre interessiert — die Schallausbreitung im Boden und im Wasser ist völlig identisch mit der Ausbreitung der Erdbebenwellen —, können wir uns auf die in Frage kommenden Gesetze für Gase beschränken, die man aus den Beziehungen für feste Körper erhält, wenn man den Rigideitskoeffizienten gleich Null setzt. Die Gleichung für die Wellengeschwindigkeit C von Longitudinalwellen in festen Körpern (Transversalwellen kommen in Gasen nicht vor) mit den LAMÉschen Konstanten λ und μ und der Dichte ρ lautet (Ableitung in Bd. 4)

$$C^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \dots \dots \dots (246)$$

Wir erhalten somit für ein Gas ($\mu = 0$)

$$C = \sqrt{\frac{\lambda}{\rho}} \dots \dots \dots (247)$$

²⁾ Philos. Magaz. (4), 1, 305.

h) Mittelwerte

Gas	α für $t = 16^0$	α für $t = -75^0$	α für $t = -180^0$
Luft	1,402	1,405	1,45
Stickstoff	1,402	?	1,47
Sauerstoff	1,397	1,416	1,45
Wasserstoff	1,407	1,448	1,60
Wasserdampf	1,305	?	?
Kohlensäure	1,300	1,37	?
Helium	1,659	?	1,67

$\alpha = c_p : c_v$. Bei normalem Druck ergaben sich die in Tabelle 24 angegebenen Werte¹⁾ bei verschiedenen Temperaturen. Fassen wir die Ergebnisse zusammen, so finden wir, daß für die Hauptgase der Atmosphäre bis zu 100 km Höhe und für die vermutlich vorkommenden Temperaturen α zwischen 1,40 und 1,41 liegt. Erst bei Temperaturen von unter -75^0 und bei stärkerem Anteil von Wasserstoff oder Helium werden diese Werte merklich überschritten, doch kommt dies für Schallausbreitung nicht in Frage.

Über den *Einfluß des Druckes* ist wenig bekannt. Mit abnehmendem Druck scheint α ein wenig abzunehmen.

Tabelle 25

Ausdehnungskoeffizient α nach MELANDER (1892) bei 0^0 .

Druck mm/Hg	α für Luft	Druck mm/Hg	α für Wasserstoff	Druck mm/Hg	α für Kohlensäure
752	0,00367	764,5	0,00365	749	0,00373
376	366	351,7	365	347	369
260	366	191,0	365	267	368
170	366	111,7	365	169,1	367
100	366	48,4	366	101,5	367
78	367	20,1	367	55,8	366
51,8	367	9,3	370	18,1	368
29,1	369				
13,2	372				
6,6	376				

Der *Ausdehnungskoeffizient* α wird anscheinend nicht durch den Druck beeinflusst. In Tabelle 25 sind Beobachtungen von MELANDER aus dem Jahre 1892 zusammengestellt²⁾, welche zwar auf eine starke Zunahme von α bei sehr kleinen Drucken schließen lassen, doch haben neue Messungen von HEUSE und OTTO³⁾ gezeigt, daß bei Helium, Neon, Wasserstoff und Stickstoff die Ausdehnungskoeffizienten zwischen Drucken von 0,4 und 1,0 m Hg vom Druck linear abhängig

¹⁾ Nach K. SCHEEL im Handbuch der Physik, Bd. 10. Berlin, 1926.

²⁾ Nach AUERBACH-HORT, Handbuch der Mechanik, Bd. 6; Eigenschaften der Gase, von AUERBACH. Leipzig, 1928.

³⁾ Ann. d. Physik (5), 2, 1012, 1929.

sind und bei Extrapolation auf den Druck 0 den gemeinsamen Grenzwert 0,003661 haben. Die Messungen wurden (nach schriftlicher Mitteilung) nicht in das Gebiet unterhalb 0,4 mm Hg ausgedehnt, weil der Extrapolation auf $p = 0$ keine theoretischen Bedenken entgegenstehen, und die prozentuale Genauigkeit der Messungen bei kleineren Drucken zusehends geringer wird. Immerhin wäre es wünschenswert, für die Werte der Ausdehnungskoeffizienten bei sehr kleinen Drucken genauere Werte zur Verfügung zu haben. Würde α tatsächlich mit abnehmendem Druck zunehmen, so wäre der Effekt der gleiche wie bei einer Zunahme der Temperatur T . Umgekehrt ergäbe sich dann ein unter Voraussetzung von konstantem α berechneter Wert von T zu klein.

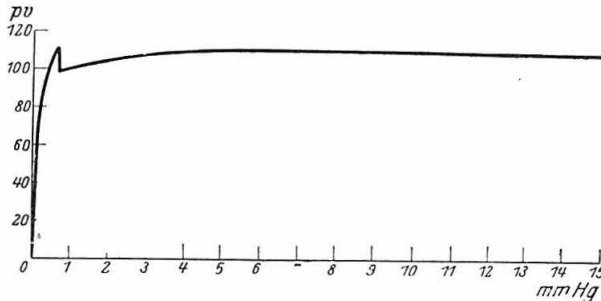


Fig. 34

pv (Druck mal Volumen) für Sauerstoff nach BOHR
(Aus WIEN-HARMS, Handbuch der Experimentalphysik, 8, 2, 116)

Die vorstehenden Zahlen zeigen, daß unter den extremen Verhältnissen in den oberen Atmosphärenschichten das GAY-LUSSACsche Gesetz möglicherweise nicht mehr streng gilt. Das gleiche trifft auch für das BOYLESche Gesetz zu. Hiernach müßte bei einer bestimmten Temperatur pv konstant sein. Es zeigt sich jedoch, daß dies bei sehr kleinen Drucken nicht der Fall ist. BOHR fand bei einer Temperatur von $t = 14^\circ \text{C}$, daß dann pv für Sauerstoff langsam abnimmt, bei $p = 0,7$ mm Hg nach oben springt, und dann sehr schnell abnimmt (vgl. Fig. 34). Angenähert wäre hiernach für kleine Drücke über 0,7 mm Hg $(p + 0,109)v$ angenähert konstant und für Drücke unter 0,7 mm $(p + 0,070)v$, jedoch sind die beiden Konstanten verschieden. Die Ergebnisse von BOHR wurden für Sauerstoff teils bestätigt, teils wurde die Anomalie nicht gefunden, ebenso *in keinem Falle für andere Gase*. (Näheres in WIEN-HARMS, Handbuch der Experimentalphysik, Bd. VIII, 2.) Die Beobachtungen sprechen jedenfalls dafür, daß pv bei kleinen Drucken etwas kleiner ist, als nach der Theorie, daß also die Schallgeschwindigkeit bei sehr kleinen Drucken ein wenig abnimmt.

Bei der Ableitung der Wellengleichung wurde vorausgesetzt, daß die Wellenamplituden verhältnismäßig klein sind, und es wurden gewisse Glieder höherer Ordnung vernachlässigt. Sowohl bei Explosionswellen wie in großen Höhen der Atmosphäre besteht nun die Möglichkeit, daß die *Druckänderungen groß werden gegenüber dem Druck selbst*. Untersuchungen über diesen Fall stellte zuerst RIEMANN¹⁾ an, weitere eingehende Ableitungen hat S. EARNshaw²⁾ gegeben. Dieser geht von der hydrodynamischen Grundgleichung aus:

¹⁾ Vgl. z. B. RIEMANN-WEBER, Die partiellen Differentialgleichungen der math. Physik, Bd. II, S. 503ff. Braunschweig, 1912.

²⁾ Proc. Royal Soc. London, 6, 1859; vgl. auch H. LAMB, Dynamical Theory of sound, 2nd Ed., S. 179ff. London, 1925.

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = - \frac{\partial p}{\partial x} \dots \dots \dots (260)$$

wobei

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \frac{\partial \xi}{\partial x}} \dots \dots \dots (261)$$

Wir setzen wieder adiabatische Vorgänge voraus, also nach (248)

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma$$

Dann ist¹⁾

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{1}{1 + \frac{\partial \xi}{\partial x}} \right)^\gamma \dots \dots \dots (262)$$

und

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = \frac{c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}}{\left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^{\gamma+1}} \dots \dots \dots (263)$$

Setzt man noch voraus, daß

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = f \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \dots \dots \dots (264)$$

so ist

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \left[f' \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \right]^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \dots \dots \dots (265)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \pm \frac{2c}{\gamma-1} \left[\left(1 + \gamma \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-1)} - 1 \right] \dots \dots \dots (266)$$

und die Geschwindigkeit C , mit der sich der Wert γ der Verdichtung fortpflanzt, ist gegeben durch

$$C = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} + \frac{\partial \xi}{\partial t} \dots \dots \dots (267)$$

doch gilt auch diese Beziehung nur unter verschiedenen Voraussetzungen, die zum Teil aus der Ableitung erkennbar sind. Eine einwandfreie Lösung ist mit Mitteln der Kontinuumsphysik nicht möglich.

Schließlich sei auch hier nochmals darauf verwiesen, daß wir in allen Fällen adiabatische Vorgänge vorausgesetzt haben.

§ 38. Experimentelle Bestimmungen der Schallgeschwindigkeit²⁾. In Tabelle 26 sind zunächst einige Werte für die Schallgeschwindigkeit in Gasen zusammengestellt, in Tabelle 27 Einzelbeobachtungen für Luft (Mittel), in Tabelle 28 Schallgeschwindigkeiten für Wellen verschiedener Tonhöhe in Luft von 0° C, und in Tabelle 29 Schallgeschwindigkeiten bei verschiedenen Temperaturen. Man sieht, daß in allen diesen Fällen keine merklichen Unterschiede zwischen den beobachteten und theoretischen Werten innerhalb der für die Schallausbreitung in der Atmosphäre in Frage kommenden Grenzen vorhanden sind.

¹⁾ Darstellung nach H. BACKHAUS im Handbuch der Physik, hrsg. von GEIGER-SCHEEL, Bd. 8, 1927.

²⁾ Nach E. LUEBCKE, Schallgeschwindigkeit, Handbuch der Physik, Bd. 8, Berlin, 1927.

Tabelle 26
Schallgeschwindigkeit in Gasen bei einer
Temperatur von 0° C.

Gas	C in m/sec
Argon	308
Helium	971
Kohlensäure	258
Sauerstoff	315,5
Stickstoff	377,6
Wasserdampf	401
Wasserstoff	1261

Tabelle 27
Schallgeschwindigkeit C_L in Luft von 0°.
Nach verschiedenen Autoren

Autor	C_L in m/sec	Bemerkungen
—	331,5	Berechnet aus Gleichung (258)
ANGERER, LADENBURG .	330,8	Knall in Luft
VAUTIER	$330,58 \pm 0,04$	Desgleichen
PIERCE	331,69	84 % Feuchtigkeit

Tabelle 28
Schallgeschwindigkeit C_L für Wellen verschiedener
Tonhöhe in Luft von 0° nach PIERCE

Frequenz N	C_L in m/sec
996	332,0
2988	332,0
41 000	332,4
98 000	331,8
205 000	331,7
1 034 000	331,8
1 480 000	331,6

Tabelle 29
Schallgeschwindigkeit C_L in m/sec in Luft bei verschiedener
Temperatur t

t^0	C_L beobachtet	C_L berechnet	t^0	C_L beobachtet	C_L berechnet
— 140	227	232	0	331,8	angenommen
— 80	278	279	+ 20	343,8	343,8
— 60	293	293	+ 40	355,3	355,2
— 40	306,5	306,1	+ 60	366,5	366,4
— 20	319,3	319,4	+ 80	377,5	377,3
+ 939	691,4	699	+ 1167	750,4 ¹⁾	761

¹⁾ Nach KING und PARTINGTON, Phil. Magaz. (7), 9, 1020, 1930.

Leider fehlen Messungen über den *Einfluß des Druckes*, der uns im Anschluß an die Ergebnisse S. 101 besonders interessiert, für sehr kleine Drucken fast ganz. STOLETOW fand 1866 eine Abnahme von C um 1% zwischen Drucken von 760 und 70 mm Hg, und um 1,3% zwischen 760 und 50 mm Hg. KROJEWITSCH fand 1865, jedoch in engen Röhren, welche die Schallgeschwindigkeit beeinflussen, nur $C = 82$ m/sec bei einem Druck von 2,2 mm Hg.

Der *Einfluß von Feuchtigkeit¹⁾ und Kohlensäuregehalt* ist im allgemeinen verhältnismäßig klein. Ist ρ_0 die Dichte trockener Luft, ρ_{fT} die Dichte feuchter Luft bei der Temperatur T , so ist

$$\rho_{fT} = \rho_0 \frac{H - 0,3765 h}{760 T} \dots \dots \dots (268)$$

wo H = Luftdruck und h = Spannkraft des Wasserdampfes, ferner, falls α_1 und α_2 die α -Werte für Luft und Wasserdampf sind,

$$\alpha_f = \frac{(H - h) \alpha_1 (\alpha_2 - 1) + h \alpha_2 (\alpha_1 - 1)}{(H - h) (\alpha_2 - 1) + h (\alpha_1 - 1)} \dots \dots \dots (269)$$

Während ρ_{fT} für kleine Drucken (große Höhe in der Atmosphäre) bei großem Wasserdampfgehalt wesentlich von ρ_0 verschieden sein kann, ist im allgemeinen α_f ziemlich konstant, da α_1 und α_2 nur wenig voneinander verschieden sind (vgl. Tabelle 24 S. 99). Unter Berücksichtigung beider Korrekturen wird

$$C_{fT} = C_{Lo} \sqrt{\frac{\alpha H T \alpha_{fT}}{(H - 0,3765 h) \alpha_0}} \dots \dots \dots (270)$$

In *reinem Wasserdampf* wird $C_W = 401$ m/sec bei $t = 0^\circ$. Über andere Gase der Atmosphäre liegen wenig Spezialuntersuchungen vor. Für *Sauerstoff* fand COOK 1906:

t°	+ 21	— 28,4	— 66,5	— 137,5	— 183
Beobachtet C m/sec	328,5	282,4	264,3	210,1	173,9
Berechnet aus $C_0 = 315,5$	327,3	298,6	274,4	222,3	181,1

Hier sind also die Unterschiede zwischen Theorie und Beobachtung größer als bei Luft.

§ 39. Die Schallfortpflanzung in bewegter Luft²⁾. In einer ruhenden Atmosphäre sind die Schallstrahlen Kurven, die dem üblichen Brechungsgesetz folgen. Dabei können wir die Atmosphäre als horizontal geschichtet voraussetzen, da die in Frage kommenden Höhen nur gering sind. Im anderen Falle würden für die Schallstrahlen die gleichen Beziehungen anzusetzen sein wie für Erdbebenwellen (vgl. Band 4). Sind also i_1 und i_2 die Einfallswinkel eines Schallstrahles (Winkel zwischen Strahl und Vertikale) an zwei verschiedenen Stellen, V_1 und V_2 die Wellengeschwindigkeiten (Schallgeschwindigkeit) daselbst, die in der Praxis in erster Linie von der Temperatur abhängen, so ist

$$\sin i_1 : \sin i_2 = V_1 : V_2 \dots \dots \dots (271)$$

¹⁾ Vgl. LUEBCKE, a. a. O., S. 626.

²⁾ Aus der Literatur: E. VAN EVERDINGEN, The propagation of sound in the atmosphere. Kon. Acad. Amsterdam, 18, Nr. 6, 1915. — S. FUJIWARA, On the abnormal propagation of sound . . . , Bull. Central Meteor. Observatory of Japan, 2, Nr. 1, 1912. — R. EMDEN, Met. Zeitschr., 35, 14, 74, 114, 1918. — E. WIECHERT, Met. Zeitschr., 43, 81, 1926.

und die Strahlgleichung lautet

$$V : \sin i = \text{const.} \quad (272)$$

Da in dem in Frage kommenden Gebiet V stets größer als Null ist, folgt, daß i nur 0° werden kann, wenn es von Anfang an diesen Wert besessen hat, das heißt, in einer windstillen Atmosphäre bleibt ein vertikal gerichteter Schallstrahl stets vertikal, ein anderer Strahl kann nie vertikal verlaufen. Nimmt die Schallgeschwindigkeit mit der Höhe zu, so muß auch der Einfallswinkel zunehmen, das heißt der Strahl verläuft flacher, im entgegengesetzten Falle biegt er mehr zur Höhe um.

Gehen wir nun zu einer Atmosphäre über, in der überall gleichmäßiger Wind weht, so sehen wir leicht ein, daß die ganze Luftmasse einschließlich der Schallwellen einfach seitlich verschoben wird. Bei den folgenden theoretischen Betrachtungen folgen wir der Darstellung von R. EMDEN (a. a. O.), die wir im Auszuge wiedergeben. Zunächst erkennt man, daß ein vertikal nach oben abgehender Strahl abgelenkt wird. Normale der Wellenfront und Strahl fallen nicht mehr zusammen. Eine eingehende Theorie dieses Problems hat K. ULLER gegeben (vgl. Band 4). Wir wollen uns hier aber auf die einfachsten Verhältnisse beschränken. Die einzelnen Wellenelemente bewegen sich mit der Schallgeschwindigkeit V in der Richtung der Normalen, aber gleichzeitig mit der Windgeschwindigkeit w senkrecht dazu, falls der Wind rein horizontal weht. Die Strahlrichtung, die allein als Richtung des Energietransportes physikalische Bedeutung hat, bildet also unter den gemachten Voraussetzungen mit der Vertikalen einen Winkel α , der gegeben ist durch

$$\text{tg} \alpha = w : V \quad (273)$$

Im allgemeinen Falle deformiert sich die Wellenfläche, und der Strahl wird gekrümmt. Legen wir an einem wandernden Elemente jeweils die Tangentialebene an die Strahlenfläche, so erhalten wir eine ebenfalls gekrümmte Orthogonaltrajektorie, den Normalenzug, den wir im folgenden kurz als „Normale“ bezeichnen.

Wir legen die xy -Ebene horizontal, die z -Achse senkrecht nach oben. Der Wind wehe rein horizontal, seine Geschwindigkeit w ist also nur eine Funktion der Höhe, $w = f(z)$. Die x -Achse liege in der Windrichtung.

a) Untersuchung in der xz -Ebene. Der Mittelpunkt eines Elementes verschiebt sich in der Zeit dt durch die Schallbewegung in der Richtung der Normalen um das Stück

$$dn = V dt \quad (274)$$

und durch den Wind in der x -Richtung um

$$ds = w dt \quad (275)$$

Die resultierende Verschiebung ist ein Element des Strahles, und für die Strahlgeschwindigkeit c folgt

$$c = \sqrt{V^2 + w^2 + 2 w V \sin i} \quad (276)$$

Andererseits ergibt sich die Normalengeschwindigkeit c_n , wie man sich leicht an Hand einer Skizze klar macht, aus

$$c_n = V + w \sin i \quad (277)$$

Außer der Verschiebung erfährt das Element eine Drehung mit dem Drehwinkel

$$d\varphi = \left(\frac{dc_n}{d\sigma} \right) dt \quad \sigma = \text{Richtung} \quad (278)$$

Ist i der Einfallswinkel bei Windstille, so ergibt sich der Einfallswinkel i' bei Wind mit der Geschwindigkeit w aus

$$\operatorname{tg} i' = \frac{V \sin i + w}{V \cos i} \quad (279)$$

Da der Endpunkt des Normalelementes durch den Wind nur in horizontaler Richtung verschoben wird, folgt, daß Strahl und Normale an jeder Stelle im gleichen Sinne gekrümmt sind.

Das Brechungsgesetz erhalten wir nun, wenn wir berücksichtigen, daß die Gleichung (277) für die Normalengeschwindigkeit erhalten bleibt. Es ist

$$\frac{c_n}{\sin i} = \text{const.} = \frac{V}{\sin i} + w = \frac{V_0}{\sin i_0} + w_0 \quad (280)$$

Für den Krümmungsradius σ der Normalen ergibt sich (vgl. EMDEN, a. a. O.)

$$\sigma = - \frac{V}{\left(\frac{d c_n}{d \sigma} \right)} = - \frac{V}{\frac{d c_n}{d z} \sin i} = - \frac{V}{\frac{d (V + w \sin i)}{d z} \sin i} \quad . . (281)$$

b) Untersuchung in einer Vertikalebene im Azimut φ . In der Zeit dt verschiebt sich der Mittelpunkt eines Elementes wieder wie im Falle a). Der Winkel φ' , den das neue Strahlelement mit der x -Achse bildet, ergibt sich jetzt aus

$$\cot \varphi' = \cot \varphi + \frac{w}{V \sin \varphi} \quad (282)$$

wo φ = Winkel zwischen einer vertikalen Welle und der x -Achse. Die Normalengeschwindigkeit ist jetzt

$$c_n = V + w \cos \varphi \quad (283)$$

Gehen wir nun über zu einer Welle, die nicht mehr vertikal ist, sondern mit der z -Achse den Winkel i bildet, so wird

$$c_n = V + w \cos \varphi \sin i \quad (284)$$

Es ergibt sich: Der Normalenzug ist eine einfach gekrümmte Kurve. Im Azimut φ finden wir für die Normalen die gleichen Beziehungen wie in der xz -Ebene, falls wir nur mit der Projektion $w \cos \varphi$ des Windes rechnen. Für den Krümmungsradius der Normalen ergibt sich

$$\sigma = - \frac{V}{\left(\frac{d c_n}{d \sigma} \right)} = - \frac{V}{\frac{d c_n}{d z} \sin i} = - \frac{V}{\frac{d (V + w \cos \varphi \sin i)}{d z} \sin i} \quad . . (285)$$

und als *Brechungsgesetz der Normalen*

$$\frac{c_n}{\sin i} = \text{const.} = \frac{V}{\sin i} + w \cos \varphi = \frac{V_0}{\sin i_0} + w_0 \cos \varphi = C \quad . . (286)$$

$$\sin i = \frac{V}{C - w \cos \varphi} \quad C = \frac{V_0}{\sin i_0} + w_0 \cos \varphi \quad (287)$$

An einer Stelle des Normalenzuges ist die Richtung der Tangente bestimmt durch den Winkel i mit der Vertikalen und das Azimut φ . In dieser Richtung verschiebt sich die Wellenebene in der Zeit dt um die Strecke $c_n dt$ und somit in Richtung der Achsen um die Strecken

$$dx = c_n \sin i \cos \varphi dt \quad dy = c_n \sin i \sin \varphi dt \quad dz = c_n \cos i dt \quad . (288)$$

Wir erhalten so die Differentialgleichung der Normalen

$$\frac{dx}{dz} = \cos \varphi \operatorname{tg} i = \frac{\cos \varphi}{A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (289)$$

$$\frac{dy}{dz} = \sin \varphi \operatorname{tg} i = \frac{\sin \varphi}{A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (290)$$

$$\frac{dx}{dy} = \cot \varphi = \text{const.}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (291)$$

wo

$$A = \sqrt{\left(\frac{C - w \cos \varphi}{V}\right)^2 - 1}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (292)$$

also liegt eine ebene Kurve vor. Das an der betrachteten Stelle liegende Element der Wellenfläche wird in der Zeit dt analog wie oben um $V dt$ bzw. $w dt$ weitergetragen. Die Projektionen der resultierenden Verschiebungen auf die Achsen sind

$$dx = (c \sin i \cos \varphi + w) dt \quad dy = c \sin i \sin \varphi dt \quad dz = c \cos i \quad . \quad (293)$$

Hieraus folgt die *Differentialgleichung des Strahles*:

$$\frac{dx}{dz} = \frac{\cos \varphi + \frac{w C - w \cos \varphi}{V}}{A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (294)$$

$$\frac{dy}{dz} = \frac{\sin \varphi}{A} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (295)$$

$$\frac{dx}{dy} = \cot \varphi + \frac{w C - w \cos \varphi}{V \sin \varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (296)$$

Es liegt also eine doppelt gekrümmte Kurve vor.

Für die Praxis lassen sich diese Gleichungen kaum verwenden, da sie zu kompliziert sind. EMDEN hat sie für den Fall benutzt, daß in einer polytropen Atmosphäre der Wind mit der Höhe linear zu- (oder ab-) nimmt. Er setzte

$$w = w_0 (1 + \alpha z) \quad V = \frac{V_0}{1 + \beta z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (297)$$

und fand

$$x = \frac{\cos \varphi \sin i_0}{B} (\sqrt{2 B z + \cos^2 i_0} - \cos i_0) + \frac{w_0}{V_0} \left(1 - \frac{w_0 (\alpha + \beta) \cos^2 i_0 - B \sin^2 i_0 z}{3 B \sin^2 i_0} \right) \frac{\sqrt{2 B z \sin^2 i_0 + \cos^2 i_0} - \cos i_0}{B \sin^2 i_0} \quad (298)$$

wo

$$B = \frac{V_0 \beta - w_0 \alpha \cos \varphi \sin i_0}{V_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (299)$$

Auch diese Beziehung ist sehr unübersichtlich. Am besten benutzt man (282), um einen Überblick zu erhalten. In der Praxis der anormalen Schallausbreitung sind aber auch die Voraussetzungen (297) nicht erfüllt; man behilft sich dann am besten, indem man den Windeinfluß abzuschätzen versucht.

§ 40. Berechnung der Schallbahnen. Die Laufzeitkurve. Schallwellen sind longitudinale elastische Wellen innerhalb eines bestimmten Periodenbereiches; die für Erdbebenwellen (Band 4) gefundenen Gesetze lassen sich daher ohne weiteres auf sie anwenden, wenn man von der Wirkung des Windes absieht. Anderseits treten Vereinfachungen gegenüber der Theorie der Erdbebenwellen im Erdinnern dadurch auf, daß die Transversalwellen fortfallen, und daß in den meisten

d. h. damit ein Strahl zur Erde zurückgebogen werden kann, muß an der Umkehrstelle die Schallgeschwindigkeit am Boden überschritten werden, und zwar um so mehr, je steiler der Strahl den Boden verließ. Diese Rückbiegung zur Erde kann auch durch den Wind entsprechend den im vorigen Paragraphen gefundenen Ergebnissen erfolgen. In diesem Falle lautet die Bedingungsgleichung (vgl. z. B. WIECHERT, a. a. O.)

$$C_s + w_s = \frac{C_0}{\sin i_0} + w_0 \dots \dots \dots (305)$$

wo w_s = Windkomponente in der Strahlrichtung im Scheitel und w_0 am Boden.

Am einfachsten ist die Berechnung der Schallgeschwindigkeit aus der Laufzeitkurve in dem Fall, daß diese eine stetige Kurve ohne vertikale Tangente ist. Dies tritt im allgemeinen dann ein, wenn die Schallgeschwindigkeit mit der Höhe zunimmt. Nimmt sie dagegen ab, so nimmt auch der Einfallswinkel ab, die Schallbahn wird nach dem Brechungsgesetz zum Einfallslot hin gekrümmt, der Schall kommt nicht zur Erdoberfläche zurück, diese kann in der Nähe der Schallquelle nur durch Beugung der Schallstrahlen Energie empfangen. Nimmt dann in größerer Höhe die Schallgeschwindigkeit wieder zu, so können zwar Schallstrahlen zur Erdoberfläche zurückgelangen, die Laufzeitkurve ist aber keine stetige Kurve mehr. In diesem Falle gilt dann für die Strahlteile in dem Teil der Atmosphäre, in dem die Schallgeschwindigkeit v mit der Höhe zunimmt, in dem zuerst genannten Falle sogar für die ganze Atmosphäre, die von WIECHERT und HERGLOTZ bzw. BATEMAN gleichzeitig gefundene Beziehung zur Berechnung der Scheitelhöhe H , in der ein Strahl mit dem Einfallswinkel i_0 (an der Erdoberfläche bzw. der erwähnten Grenzschicht) umkehrt:

$$\ln \frac{r_0}{r_0 + H} = \frac{1}{\pi r_0} \int_0^{\Delta} q d\Delta \dots \dots \dots (306)$$

wo r_0 = Erdradius

$$\mathfrak{Cof} \, \text{hyp.} \, q = \frac{\sin (i_0)_\Delta}{\sin i_0} \dots \dots \dots (307)$$

Für kleine Sektoren ist

$$\mathfrak{Cof} \, \text{hyp.} \, q = 1 + \frac{q^2}{2}, \quad q = \sqrt{2(\mathfrak{Cof} \, \text{hyp.} \, q - 1)}$$

$$\text{also } q = \sqrt{2 \frac{\sin (i_0)_\Delta - \sin i_0}{\sin i_0}} \dots \dots \dots (307a)$$

i_0 ist der Einfallswinkel des Strahles, dessen Scheitelhöhe man bestimmen will, $(i_0)_\Delta$ sind alle Einfallswinkel zwischen $\Delta = 0$ und der Distanz Δ , in welcher der benutzte Strahl die Erdoberfläche (bzw. die Grenzschicht) erreicht. Gleichung (307) bzw. (307a) liefert bei variablem $(i_0)_\Delta$ und festem i_0 den Wert von $\mathfrak{Cof} \, q$ bzw. q als Funktion von Δ ; letzteres wird aufgetragen, die Integration liefert $r_0 : (r_0 + h)$ wie im Falle der Erdbebenwellen (Band 4).

Im Falle der Schallausbreitung ist im allgemeinen $h < 70$ km, also .

$$1 > [r_0 : (r_0 + H)] > 0,99, \quad \ln \frac{r_0}{r_0 + H} = \text{etwa} - \frac{H}{r_0}.$$

Wir finden somit für Schallstrahlen im allgemeinen in genügender Annäherung

$$H = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\Delta} q d\Delta \dots \dots \dots (308)$$

und speziell für kleine Unterschiede zwischen $(i_0)_A$ und i_0 , wie sie in der Praxis fast nur vorkommen, wenn wir nun H positiv nach oben rechnen,

$$H = \frac{V^2}{\pi \sqrt{\sin i_0}} \int_0^A \sqrt{[\sin (i_0)_A - \sin i_0]} d\Delta \quad (309)$$

Die zugehörige Scheitelgeschwindigkeit C_H des Schalles ergibt sich nach (303) zu

$$C_H = C_0 : \sin i_0 \quad (310)$$

Man führt dieses Verfahren für eine Reihe von Distanzen Δ durch, die Gleichungen (309) und (310) liefern dann die gesuchte Wellengeschwindigkeit C_H als Funktion der Höhe H .

Wie erwähnt, ist dieses Verfahren nicht durchführbar, wenn erst eine Schicht abnehmender Wellengeschwindigkeit vorhanden ist, und diese dann von einer bestimmten Schicht ab mit der Höhe wieder zunimmt. Da in Wirklichkeit die Verhältnisse vermutlich so liegen — einerseits nimmt die Temperatur und somit auch die Schallgeschwindigkeit bis in beträchtliche Höhen ab, andererseits kommen Schallstrahlen in größerer Entfernung von der Schallquelle wieder zu Boden —, muß man gerade für diesen Fall nach anderen Methoden suchen, um aus den Laufzeitkurven die Schallgeschwindigkeit in den verschiedenen Höhen zu finden. In der Praxis wurden zwei verschiedene Wege eingeschlagen.

GUTENBERG¹⁾ ging davon aus, daß man die Schallgeschwindigkeit aus den Temperaturen bis etwa 20 km Höhe kennt. Sie nimmt bis zur Stratosphären-grenze ab und wird dann in erster Annäherung konstant oder nimmt langsam zu. Man zerlegt nun die Schallbahnen in die Anfangs- und Endstücke in der Troposphäre, die berechenbar sind, und in das unbekannte Mittelstück in der Stratosphäre.

Bezeichnet der Index S Wege, Zeiten, Geschwindigkeiten usw. in der Stratosphäre, T entsprechend solche für die Troposphäre und ST solche an der Grenze zwischen beiden, so lassen sich die Herdentfernungen der Schallbahnen, gemessen an der Erdoberfläche, darstellen durch:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta = 2 \Delta_T + \Delta_S \\ \text{und die Laufzeiten durch } t = 2 t_T + t_S \end{array} \right\} \quad (311)$$

In der Troposphäre hängt die Schallgeschwindigkeit C von der Temperatur ab, da sich die Zusammensetzung der Luft in diesem Bereiche nicht wesentlich ändert. Es ist in der Höhe h nach (258)

$$C_h = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} R T_h} = \text{etwa } 20 \sqrt{T_h} \quad (312)$$

Die Strahlgleichung ist nach (303)

$$\sin i_h = \frac{C_h}{C_0} \sin i_0.$$

Die Herdentfernung ist gegeben durch

$$\Delta_T = \int_0^{h_{ST}} \operatorname{tg} i_h dh \quad (313a)$$

und die Laufzeit durch (302):

$$t_T = \int_0^{h_{ST}} \frac{dh}{C_h \cos i_h} \quad (313b)$$

¹⁾ Zeitschr. f. Geophysik, 2, 101, 1926.

Ist die Laufzeitkurve, t als Funktion von Δ , bekannt, so liefern die Gleichungen (311), da Δ_T und t_T aus (313a) und (313b) berechnet werden können, Δ_S und t_S als Funktion von i_0 . (303) liefert dann $\sin i_{ST}$ ebenfalls als Funktion von i_0 , und damit ist dann auch t_S und $\sin i_{ST}$ als Funktion von Δ_S ermittelt, d. h. die Laufzeitkurve für die Stratosphäre und die Einfallswinkel der Schallstrahlen an der Stratosphärenengrenze, wobei noch das Brechungsgesetz

$$\sin i_{ST} = C_{ST} \frac{d\Delta_S}{dt_S} \quad (314)$$

erfüllt sein muß. Auf diese Laufzeitkurve läßt sich nun die oben angegebene Methode anwenden und so die Schallgeschwindigkeit in der Stratosphäre berechnen. Nötigenfalls kann man gerade Strahlteile für die untere Stratosphäre einsetzen¹⁾.

Einen anderen Weg schlug E. WIECHERT²⁾ ein. Er setzte für die Änderung der Schallgeschwindigkeit mit der Höhe bestimmte Zusammenhänge voraus, machte plausible Annahmen über die vorkommenden Konstanten und berechnete die Laufzeitkurven in den verschiedenen Fällen. Der Vergleich zwischen den berechneten und beobachteten Werten gibt dann einen Anhalt über die Richtigkeit der Voraussetzungen. WIECHERT benutzte folgende Ansätze, wobei wir nun die Schallgeschwindigkeit mit v bezeichnen:

a) v^2 ist eine lineare Funktion von h . Sei

$$v^2 = v_n^2 \left(1 - \frac{h}{H_n} \right) \quad (315)$$

H_n = Höhe, in welcher v auf Null sinken würde. Ist

l = Projektion der Bahn auf der Horizontalfläche n ,

t = zu der betreffenden Bahn gehörige Laufzeit, so wird für den Teil der Bahn zwischen den Flächen n und o

$$l = \frac{H_n}{\sin^2 i_n} [i_n - i_0 + (\sin i_0 \cos i_0 - \sin i_n \cos i_n)] \quad (316)$$

$$t = \frac{2 H_n}{v_n \sin i_n} (i_n - i_0) \quad (317)$$

Ferner ist

$$v_0^2 = v_n^2 \left(1 - \frac{h_0}{H_n} \right) \quad \sin i_0 = \frac{v_0}{v_n} \sin i_n \quad (318)$$

b) v ist eine lineare Funktion von h . Sei

$$v = v_n \left(1 + \frac{h}{H_n} \right) \quad (319)$$

Jetzt ist

$$v_0 : H_0 = v_n : H_n \quad (320)$$

Die Schallstrahlen sind Kreise,

$$l = H_n \frac{\cos i_n - \cos i_0}{\sin i_n} = H_n \cot i_n - H_0 \cot i_0 \quad . . . (321)$$

$$t = \frac{H_n}{v_n} \left(\log \cot \frac{i_n}{2} - \log \cot \frac{i_0}{2} \right) \quad (322)$$

¹⁾ Vgl. B. GUTENBERG, Zeitschr. f. Geophysik, **2**, 101, 1926.

²⁾ Nachr. d. Ges. d. Wissensch. Göttingen, Heft 1, S. 49, 1925.

Für den Weg des Strahles von der Fläche n bis zurück zur Fläche n wird, da dann $i_n = -i_0$,

$$L_n = 2 H_n \cot i_n \quad T_n = \frac{2 H_n}{v_n} \log \cot \frac{i_n}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (323)$$

Für die praktische Rechnung muß man nun versuchen, die Strahlbahnen durch Stücke zu approximieren, die der Bedingung a) genügen, solche, die b) erfüllen, und gerade Strecken. In der Praxis ist dieses Verfahren im Gegensatz zu der Methode von GUTENBERG durch ziemlich langwierige Rechnungen erschwert. Dabei gehört eine gewisse Geschicklichkeit dazu, günstige Voraussetzungen über die Strahlbahnstücke zu benutzen.

Eine Kombination der beiden Methoden ist so möglich, daß man für die Troposphäre den Fall a) der WIECHERTSchen Methode voraussetzt, der dann recht gut erfüllt ist, dann ein geradliniges Strahlstück annimmt und den Rest nach den von GUTENBERG benutzten Beziehungen berechnet. Die Grenze, bis zu der man geradlinige Strahlen voraussetzen kann, ergibt sich aus den Ergebnissen. Nimmt man eine zu große Höhe für den Beginn der Schallgeschwindigkeitszunahme an, so stößt man auf Widersprüche.

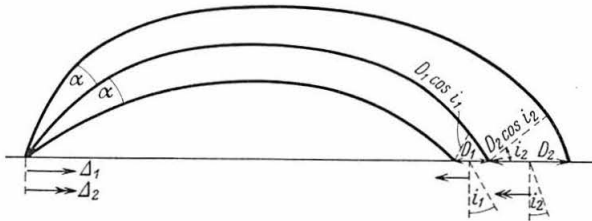


Fig. 36

In allen Fällen sind die Ergebnisse nicht eindeutig bestimmt, vielmehr können verschiedene, ähnliche Annahmen über die Schallgeschwindigkeit die Laufzeitkurven erfüllen. Wir kommen hierauf in § 49 zurück.

§ 41. Die Intensität der Schallwellen. Die Intensität, mit der eine Schallwelle von bestimmter Tonhöhe und Klangfarbe wahrgenommen wird, hängt einmal davon ab, wie groß die Schwächung der Welle auf ihrem Wege durch Extinktion war, dann, wie sich die Wellenfront verbreitert oder verkürzt.

Die Extinktion der Welle auf ihrem Wege ist eine Funktion der Wellenbahn. Wir wollen sie zunächst mit F bezeichnen und im folgenden Paragraphen näher auf den Wert von F eingehen.

Die Veränderung der Energiedichte läßt sich folgendermaßen finden¹⁾: Wir gehen von der Energie aus, die in einem Strahlenkegel mit dem kleinen Öffnungswinkel α (Figur 36) den Herd verläßt. Diese trifft auf eine Zone $\frac{1}{3} \pi D \Delta \cos i$, wenn Δ die mittlere Distanz, D die durch die Grenzstrahlen auf der Erde ausgeschnittene Strecke und i der Einfallswinkel ist. Hat man nun zwei derartige Strahlkegel mit den Öffnungswinkeln α , die aber nicht wie in Figur 36 nebeneinander zu liegen brauchen, so wird unter Berücksichtigung der Extinktion

$$E_1 : E_2 = \frac{\Delta_2 D_2 \cos i_2 F_1}{\Delta_1 D_1 \cos i_1 F_2} \quad . \quad . \quad . \quad (324)$$

¹⁾ Die Methode entspricht der „ZOEPPRITZschen Methode“ für die Erdbebenwellen. Vgl. Band 4. — Vgl. hierzu auch R. EMDEN, Meteorol. Zeitschr., 35, 120, 1918. — H. BENNDORF, Physik. Zeitschr., 30, 102, 1929.

Unter Vernachlässigung der zunächst unbekannten Extinktion läßt sich also das Verhältnis der Schallintensitäten an zwei Punkten so finden: man bestimmt zunächst die Einfallswinkel i an beiden Punkten, etwa nach (300), ferner nach der gleichen Beziehung die Strecken D_1 und D_2 , um die der Endpunkt des Strahles wandert, wenn man den Einfallswinkel in beiden Fällen um eine kleine Größe, natürlich beide Male die gleiche, variiert. Die mittleren Einfallswinkel i , die übrigens in der Praxis fast stets innerhalb der Genauigkeit der Methode den gleichen Kosinus besitzen, sowie die mittleren Distanzen Δ sind bekannt, man kann somit nach (324) das Verhältnis $E_1 : E_2$ berechnen. In der Praxis (anormale Schallwellen) ist übrigens in erster Annäherung meist $E_1 : E_2 = D_2 : D_1$, da die Einfallswinkel und die Distanzen Δ relativ wenig verschieden sind.

§ 42. Die Untersuchungen von SCHRÖDINGER. Die Extinktion der Schallwellen¹⁾. SCHRÖDINGER leitet zunächst die Beziehungen für *ebene Vertikalwellen* ab. Seien

x = Höhe über dem Erdboden, in der sich ein materieller Querschnitt in Ruhe befindet,

y = Höhe des gleichen materiellen Querschnitts zur Zeit t ,

p = Druck,

ρ = Dichte; $\rho = f(x, t)$ ist also die Dichte des durch x bestimmten Querschnittes zur Zeit t , also in der Höhe y (aber nicht allgemein Dichte in der Höhe y !),

p_0, ρ_0 = Druck bzw. Dichte am Boden,

α = Barometerkonstante

$$\alpha = g \frac{\rho_0}{p_0} \dots \dots \dots (325)$$

$\kappa = c_p : c_v$ = Verhältnis der spezifischen Wärmen,

so ist nach (101) S. 44

$$\rho(x, t) = \rho_0 e^{-\alpha x} = \bar{\rho} \quad p(x, t) = p_0 e^{-\alpha x} = \bar{p} \dots \dots (326)$$

Im Falle der Schallwelle (adiabatische Zustandsänderung, vgl. S. 98) ist

$$p = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\kappa \bar{p} \dots \dots \dots (327)$$

falls wir, wie vorausgesetzt, einen Luftquerschnitt betrachten, der im Zustand der Ruhe in der Höhe x lag, nicht aber für einen im Raume festen Querschnitt. Die Dicke eines scheibenförmigen Volumelementes sei dx . Sie geht im Laufe der Bewegung nach y über in $\frac{\partial y}{\partial x} dx$; mithin ist

$$\bar{\rho} dx = \rho \frac{\partial y}{\partial x} dx \quad \frac{\rho}{\bar{\rho}} = \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^{-1} \dots \dots \dots (328)$$

Die Masse des Volumelementes ist $\bar{\rho} dx$, seine Beschleunigung nach oben ist $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$, aufwärts wirkt die Kraft p , abwärts

$$p + \frac{\partial p}{\partial x} dx + \bar{\rho} g dx, \quad \text{die Resultante ist } \frac{\partial p}{\partial x} dx - \bar{\rho} g dx.$$

Somit lautet die Bewegungsgleichung

$$\bar{\rho} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - g \dots \dots \dots (329)$$

¹⁾ Physikal. Zeitschr., 18, 445, 1917.

Setzt man die Werte für \bar{p} und $\bar{\rho} : \bar{\rho}$ ein, so ergibt sich

$$p = p_0 e^{-\alpha x} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^{-\alpha} \quad \dots \quad (330)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\alpha p_0 e^{-\alpha x} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^{-\alpha} - \alpha p_0 e^{-\alpha x} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^{-\alpha-1} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad \dots \quad (331)$$

Nach (256) ist die Schallgeschwindigkeit v in homogener Luft von gleicher Temperatur gegeben durch

$$v = \sqrt{\frac{\alpha p_0}{\rho_0}}$$

Die Bewegungsgleichung kann somit geschrieben werden

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^{-\alpha-1} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + g \left[1 - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^{-\alpha} \right] = 0 \quad \dots \quad (332)$$

Für kleine Schwingungen, bei denen die Elongation η so klein ist, daß η^2 und höhere Potenzen von η vernachlässigt werden können, lautet diese Beziehung

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad \dots \quad (333)$$

oder

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \alpha \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = 0 \quad \dots \quad (334)$$

wo

$$\eta(x, t) = y(x, t) - x \quad \dots \quad (335)$$

Eine Lösung von (334) lautet

$$\eta = A e^{\frac{\alpha x}{2}} \cos v \left(t \pm \frac{x}{c(v)} \right) \quad \dots \quad (336)$$

wo v beliebig, aber reell ist, und

$$c(v) = \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{\alpha^2 v^2}{4v^2}}} \quad \dots \quad (337)$$

Ist H die Höhe der „homogenen Atmosphäre“ (vgl. S. 31) und λ die Wellenlänge, so ist angenähert

$$c(v) = v \left(1 + \frac{1}{16\pi^2} \frac{\lambda^2}{H^2} \right) \quad \dots \quad (338)$$

Nun ist H etwa 8 km, λ für Schallwellen unter 0,08 km, somit $c(v) = v$ bis auf Unterschiede von weniger als 0,0001 %. Die nach (338) vorhandene Dispersion (längere Wellen laufen schneller) ist also praktisch zu vernachlässigen.

In einer ebenen einfachen harmonischen Schallwelle, die in einer isothermen Atmosphäre vertikal nach oben oder unten fortschreitet, nimmt somit die Amplitude in umgekehrtem Verhältnis der Quadratwurzel aus der Dichte zu oder ab. Dispersion ist unmerklich.

Ist λ sehr klein gegen H , so kann man in (334) $\frac{\alpha^2}{4} \eta$ addieren, ohne das Ergebnis merklich zu beeinflussen, und erhält

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \alpha \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \frac{\alpha^2}{4} \eta = 0 \quad \dots \quad (339)$$

mit der allgemeinen Lösung

$$\eta = e^{\frac{\alpha x}{2}} f \left(t \pm \frac{x}{v} \right) \left\{ \begin{array}{l} \text{Vorzeichen + Bewegung nach unten} \\ \text{Vorzeichen - Bewegung nach oben} \end{array} \right\} \quad \dots \quad (340)$$

Auch für den *allgemeinen Fall*, daß eine beliebige Welle durch den Raum läuft, führte SCHRÖDINGER die Untersuchung durch. Von wesentlicher Bedeutung ist die Feststellung, daß auch im allgemeinen Fall alle *Verschiebungskomponenten* die Form haben: *Wellenpotential durch Wurzel aus der Dichte*, so daß die *Abnahme der Dichte nach oben hinsichtlich der Energieausbreitung genau kompensiert wird durch die Zunahme der Schwingungsweiten, die Ausbreitung der Energie also ebenso vor sich geht wie in einem homogenen Mittel*. Die allgemeine Lösung ist von der Form

$$e^{\frac{\alpha x}{2}} f\left(t - \frac{ax + by + cz}{v}\right) \dots \dots \dots (341)$$

wo a, b, c die Richtungscosinus sind, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

Eine *wesentliche Schwächung* erfahren die Wellen erst, wenn die Wellenlänge vergleichbar wird mit der freien Weglänge der Moleküle. Erstere ist bei Schallwellen höchstens etwa 30 Meter; die freie mittlere Weglänge der Moleküle ist der Größenordnung nach (vgl. S. 28) in

0	50	100	140 km Höhe
10^{-7}	10^{-4}	0,01	10 Meter

Die Schallgeschwindigkeit ist anderseits etwa von der gleichen Größenordnung wie die mittlere Geschwindigkeit der Moleküle. Infolgedessen findet schon während einer Schwingung um so mehr Austausch der Moleküle (und damit Zerstreuung der Energie, also „Absorption“) statt, je näher die Wellenlänge an die freie Weglänge der Moleküle heranrückt. Der Dämpfungsexponent k der Energie (das Quadrat der Amplitude ist dieser proportional; vgl. Band 4) ist

$$k = - \left(\frac{4\pi^2 (\kappa - 1)}{z} q + \frac{16\pi^2 \mu}{3 \rho} \right) \frac{z}{\lambda^2 v} \dots \dots \dots (342)$$

wo $\kappa = c_p : c_v$ wie seither,
 q = Temperaturleitfähigkeit,
 μ = Koeffizient der inneren Reibung,
 ρ = Luftdichte,
 z = Wegstrecke, die von der Schallwelle zurückgelegt wurde,
 λ = Wellenlänge,
 v = Schallgeschwindigkeit.

Sind q und $\mu : \rho$ relativ klein, und ist k für $z = \lambda$ wesentlich unter 1, so genügt der angegebene Wert von k . In unserem Falle sind diese Bedingungen erfüllt. Setzen wir

$$q = C c l \quad \frac{\mu}{c} = C' c l \dots \dots \dots (343)$$

wo c = Quadratwurzel aus dem Mittel der Geschwindigkeitsquadrate der Moleküle (vgl. S. 27), l = deren freie Weglänge, C und C' zunächst willkürliche Werte, berücksichtigt man ferner, daß

$$\frac{c}{v} = \sqrt{\frac{3}{z}} \dots \dots \dots (344)$$

so wird

$$k = - D \frac{lz}{\lambda^2} \dots \dots \dots (345)$$

$$\text{wo} \quad D = \frac{4\pi^2 (\kappa - 1)}{\sqrt{z^3}} C \sqrt{3} + \frac{16\pi^2 C' \sqrt{3}}{3 \sqrt{z}} \dots \dots \dots (346)$$

Die Werte von C und C' müssen aus experimentellen Daten gefunden werden. SCHRÖDINGER legte nach Beobachtungen aus den der Veröffentlichung (1917) vorangehenden Jahren folgende Werte bei 0°C und Atmosphärendruck zugrunde (in CGS, cal, Grad Celsius):

Für Stickstoff ist nach Versuchen			hieraus berechnet	
Wärmeleitfähigkeit	$5,2 \cdot 10^{-5}$	} $q = 0,239$	$C = 0,505$
Dichte	0,0012508		
Spezifische Wärme	0,714		
c	$4,93 \cdot 10^4$		
l	$0,959 \cdot 10^{-5}$		
Für Luft: μ	0,000177	} $C' = 0,285$	
ρ	0,001293		
c	$4,85 \cdot 10^4$		
l	10^{-5}		

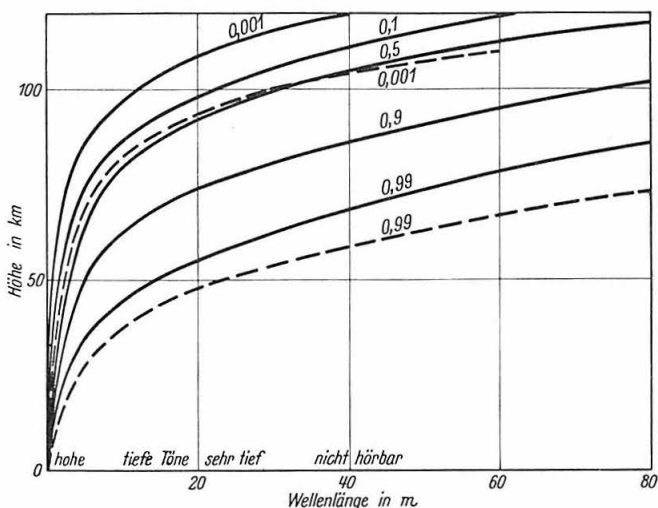


Fig. 37

Extinktion von Schallwellen verschiedener Länge in verschiedenen Höhen nach SCHRÖDINGER. Die Kurven geben an, welcher Anteil der Energie (von 1) eine Strecke von 1 km zurücklegt. Gestrichelte Kurven gelten für -45° .

Man kann nun aus diesen Werten D nach (346) berechnen und erhält für eine Temperatur von 0°C

$$D = 8,36 + 21,74 = 30,1$$

und somit

$$k = -30,1 \frac{lz}{\lambda^2} \quad (347)$$

Für l kann man angenähert nach der Barometerformel ansetzen

$$l = 10^{-5} e^{\alpha x} \quad (348)$$

Setzt man weiter $z = 10^5 \text{ cm} = 1 \text{ km}$, so erhält man aus (347) die Höhe x , in welcher die Wellen von der Länge λ nach Zurücklegen der Weglänge $z = 1 \text{ km}$ eine Herabsetzung der Intensität auf e^k erfahren:

$$x = \frac{1}{\alpha} \left(2 \ln \lambda + \ln \frac{-\ln e^k}{30,1} \right) \dots \dots \dots (349)$$

SCHRÖDINGER setzte nun für e^k der Reihe nach 0,99, 0,9, 0,5 usw. und erhielt so die Kurven der Fig. 37. Man erkennt, daß die tiefen Töne (λ groß) bis zu größeren Höhen gelangen können als hohe Töne, daß also selektive Absorption besonders in Höhen von etwa 50 km vorhanden ist, daß aber auch die tiefen Töne kaum über 80 km Höhe empordringen können, da z. B. für $\lambda = 30$ m in 80 km Höhe bei je 1 km Weglänge 10% der Energie zerstreut werden. Bei tiefen Temperaturen (untere 35 km der Atmosphäre) ist der Verlust noch größer; für -45° gelten die gestrichelten Kurven.

Eine weitere Rechnung auf der Basis der Ergebnisse von SCHRÖDINGER führte J. KÖLZER¹⁾ durch. Er setzte

	für Luft	Stickstoff	Wasserstoff	
Wärmeleitfähigkeit . .	53	52	258	$\times 10^{-6}$
Dichte	1550	1498	106	$\times 10^{-6}$
c	40837	41510	154750	
l	873	852	1640	$\times 10^{-8}$
Spezifische Wärme . .	0,173	0,176	2,28	
μ	171	168	85	$\times 10^{-6}$
und fand $D =$	33,0	33,7	31,3	

und hiermit etwas höhere Werte als SCHRÖDINGER, und zwar

	x für $z = 1$ km		
	$\lambda = 10$	20	30 m
für $e^k = 0,99$	48,2	59,6	66,3 km
„ $e^k = 0,001$	102	113	120 km

Kapitel 7

Beobachtungen über Schallausbreitung, deren Auswertung und Deutung.

§ 43. Die normalen Schallwellen. Erfolgt an einer Stelle des Erdbodens eine Explosion, so entstehen Luftstoßwellen, über die wir im Prinzip bereits S. 101 gesprochen haben; die genauen Gesetze für solche sind noch nicht völlig bekannt. Aufnahmen über die Änderung einer solchen Luftstoßwelle hat F. RITTER²⁾ vorgenommen (vgl. Fig. 38). RITTER gibt an, daß auch bei den größten bisher für Schalluntersuchungen vorgenommenen Sprengungen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ersten Impulses in 500 Meter Abstand von der Schallquelle auf den normalen Wert gesunken war. Dagegen lief der zweite Druckanstieg längs der Erdoberfläche mit etwas höherer Geschwindigkeit, die sich asymptotisch der normalen Schallgeschwindigkeit näherte. Den Grund hierfür sieht RITTER darin, daß das Zentrum dieser Welle erheblich über der Erdoberfläche liegt.

¹⁾ Meteorol. Zeitschr., 1925, S. 457.

²⁾ Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre, 12, 1, 1925. — Deutsche Forschung, Verlag der Notgemeinschaft d. D. Wiss., Heft 4, S. 43, 1928.

ANGERER und LADENBURG¹⁾ fanden folgende Werte:

Sprengladung kg	Maximale Voreilung sec	Herddistanz, in der normale Schall- geschwindigkeit erreicht wurde
1	0,0051	3 Meter
3	0,012	30 „
200	?	über 200 „

Nach RITTER ist in größeren Entfernungen der Maximaldruck dem Abstand vom Sprengherd angenähert proportional, bei kleinen Entfernungen jedoch nicht. BOLLÉ fand bei drei Sprengungen (I bis III) 1925

Im Abstand von		Druck kg/cm ²	
20 m	I {	5,21	III {
40 „		2,10	
100 „		0,26	
	II {	5,8	III {
		2,2	
		0,29	
			4,6
			1,92
			0,23

In größeren Distanzen ergaben sich normale Schallgeschwindigkeiten²⁾. Die Schallbeobachtungen bei den Sprengungen für Forschungszwecke ergaben 1923—26 als Mittelwert $v = 330,9$ m/sec. Einzeluntersuchungen ergaben ebenfalls keinerlei merkliche Abweichungen gegenüber den berechneten Werten.

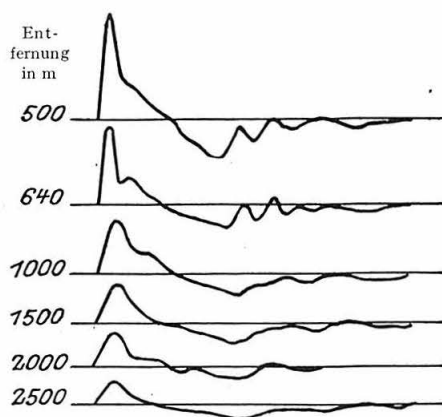


Fig. 38
Registrierung
einer Schallwelle bei
einer Sprengung in
verschiedener Ent-
fernung von der
Schallquelle.
Nach F. RITTER

Registrierungen des direkten Schalles von künstlichen Explosionen reichen bis über 600 km Distanz. Die größten von normalen Schallwellen zurückgelegten Entfernungen dürften bei der Explosion des Krakatau³⁾ im Jahre 1883 festgestellt worden sein. Diese wurde u. a. gehört in Manila (2900 km Entfernung), Neu-Guinea (3240), Rodriguez (4780) und Ceylon (3310). Die Schallgeschwindigkeit ließ sich jedoch hierbei nicht ermitteln. Dagegen wurden längere, nicht hörbare Wellen an zahlreichen Barographen auf der ganzen Erde registriert und sogar mehrfache Umkreisung der Erde festgestellt. Aus diesen Werten ließ sich die mittlere Schallgeschwindigkeit auf je einem Umlauf berechnen, und zwar ergab sich aus den Registrierungen in Europa nach

¹⁾ Annalen der Physik, **66**, 293, 1921. Vgl. auch Th. Vautier, Ann. de phys. (10), **14**, 263, 1930.

²⁾ Vgl. z. B. G. ANGENHEISTER, Zeitschr. f. Geophysik, **1**, 314, 1925. — HERGESELL und DUCKERT, Die Arbeiten des preuß. Aeronaut. Observatoriums bei Lindenberg, **16**, Wiss. Abh., Heft B, 1927.

³⁾ Vgl. z. B. J. M. PERNER, Meteorol. Zeitschr., **6**, 329ff., 1889.

Westen			Osten		
1.	2.	3.	1.	2.	3. Umlauf
305,9	305,1	302,3	322,5	320,1	317,5 m/sec

als Wellengeschwindigkeit aus 29 bis 10 (mit der Zeit abnehmend) Registrierungen. Die Unterschiede dürften in erster Linie auf den Einfluß des Windes zurückzuführen sein, der sich für die Schicht, in der die Wellenfortpflanzung erfolgte, hieraus im Mittel zu etwa 11 m/sec aus Westen ergibt. Für den Großkreis Australien—Krakatau—Indien—Europa fand PERNTER als Wellengeschwindigkeit gegen den Wind 309,3 und mit dem Wind 320,6, unter Elimination des Windeinflusses 314,1 m/sec. Nach der Gleichung für die Schallgeschwindigkeit wäre die mittlere Temperatur der Schicht, in der die Welle

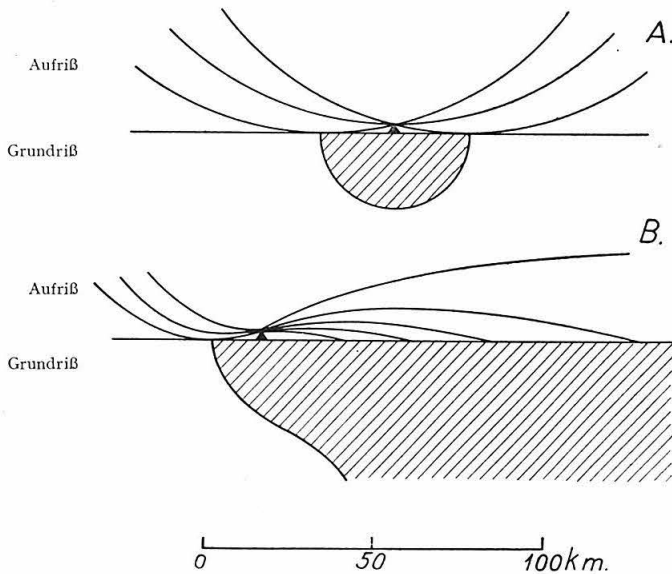


Fig. 39

Schallausbreitung A bei Windstille, B bei Windzunahme um 5 m/sec (von links) pro Kilometer Höhe. Temperaturabnahme um 6° pro Kilometer Höhe

Nach A. DE QUERVAIN. Nicht überhöht

lief, etwa -30°C gewesen. Die Abnahme der Geschwindigkeit mit der Zeit läßt sich z. B. unter der Annahme deuten, daß die Temperatur der Schicht, in welcher die Fortpflanzung stattfand, etwas abnahm, oder daß die in Frage kommende mittlere Höhe langsam zunahm.

Die Form von Fernschallwellen hat W. KÜHL¹⁾ untersucht.

§ 44. Störungen der normalen Schallbahnen. In allen Fällen, in denen die Schallwelle in größerer Distanz von der Schallquelle gehört wird, kann keine ungestörte Schallfortpflanzung vorliegen, da sonst nur oberhalb der Tangenten, die von der Schallquelle an die Erdoberfläche gelegt werden, Schall gehört werden könnte. In den meisten Fällen wird Beugung der Schallstrahlen²⁾ das

¹⁾ Zeitschr. f. Geophysik, 6, 358, 1930.

²⁾ Vgl. hierzu z. B. B. SANDMANN, Gerlands Beitr. z. Geophysik, 28, 241, 1931.

Gebiet der normalen Hörbarkeit beträchtlich erweitern. Zwei Faktoren beeinflussen aber die Fortpflanzung erheblich: Die Temperatur und der Wind. Die Wirkungen beider wurden vielfach und eingehend theoretisch untersucht¹⁾, da man in ihnen die Ursachen für die eigentliche „anormale Schallfortpflanzung“, auf die wir in § 48 zurückkommen, gefunden zu haben glaubte.

Der einfachste Fall ist der linearer Windzunahme mit der Höhe (Fig. 39). Mehrere Beispiele für Zusammenwirken von Temperatur- und Windänderungen hat EMDEN (a. a. O.) durchgerechnet. In Fig. 40 sind zwei seiner Beispiele wiedergegeben, und zwar setzte er voraus:

Fall A: Die Temperatur nimmt linear mit der Höhe um $6,2^{\circ}$ pro km ab. Bis 0,37 km Höhe ist Windstille, darüber lineare Zunahme um 4 m/sec. Windrichtung in der Zeichenebene von links nach rechts. Man erkennt, daß gegen

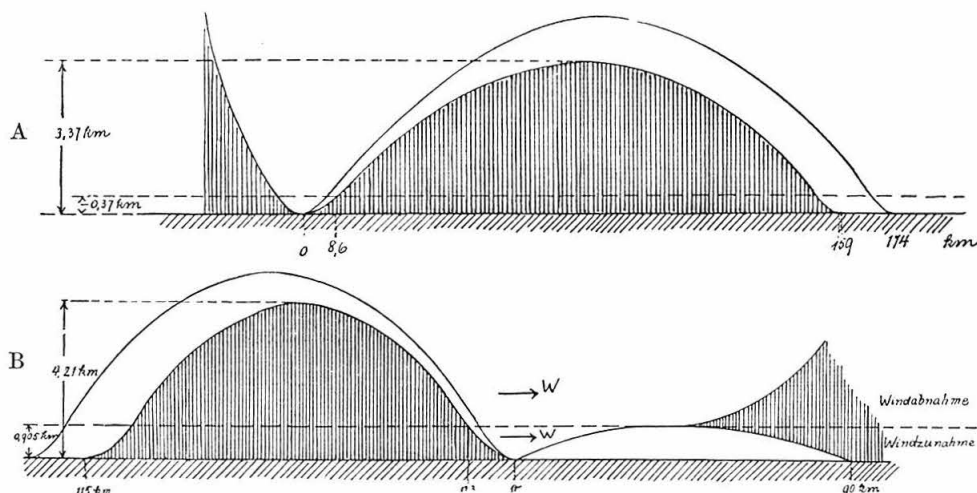


Fig. 40

Schallausbreitung in 2 Fällen nach EMDEN. Schraffiert: Zone des Schweigens.
Zehnfach überhöht

Voraussetzungen	A	B
Temperaturabnahme	$6,2^{\circ}$ pro km	Bis 905 m Höhe 3° pro km darüber $3,65^{\circ}$ pro km
Wind	Bis 370 m Höhe Stille darüber Zunahme um 4 m/sec pro km Höhe	Bis 905 m Zunahme um 1 m/sec, km darüber Abnahme um 1 m/sec pro 305 m Höhe

den Wind kein Schall zu Boden kommt (schallfreie Zonen sind schraffiert), daß dagegen in Distanzen zwischen 159 und 174 km in der Windrichtung wieder Schallwellen den Boden erreichen müssen, und zwar in einem Sektor von 52° um die Schallquelle O.

Fall B: Die Temperatur nimmt bis 905 Meter Höhe um $3^{\circ}/\text{km}$, darüber um $3,65^{\circ}/\text{km}$ ab, der Wind nimmt bis 905 m Höhe um 1 m/sec pro km zu, darüber um 1 m/sec pro 305 m Höhe ab. Man erkennt, daß sich in diesem Falle eine Zone

¹⁾ Vgl. z. B.: S. FUJIWHARA, The Bull. of the Central-Met. Obs. of Japan, vol. 2, Nr. 1, 1912 und vol. 2, Nr. 4, 1916. — R. EMDEN, Meteorol. Zeitschr., 35, 13, 74 und 114, 1918. — H. MORF, Annalen der Schweiz. Meteorol. Zentralanstalt, Jahrg. 1918, Zürich 1919, Anhang zum Jahresber. des Schweiz. Erdbebendienstes. Dasselbst Beziehungen für Rechnung in der Praxis sowie ältere Literatur. — A. DE QUERVAIN, ebenda, Anhang zu Jahrg. 1914, Zürich 1916.

normaler Hörbarkeit in der Windrichtung von der Schallquelle aus bis in 90 km Entfernung erstreckt, eine zweite in entgegengesetzter Richtung in 115 km Entfernung beginnt. Die entsprechenden Sektoren besitzen auf der Erdoberfläche Zentriwinkel von 61 bzw. 96°.

MORF untersuchte vor allem den Einfluß des Windes. Aus seinen Konstruktionen seien die folgenden Beispiele wiedergegeben:

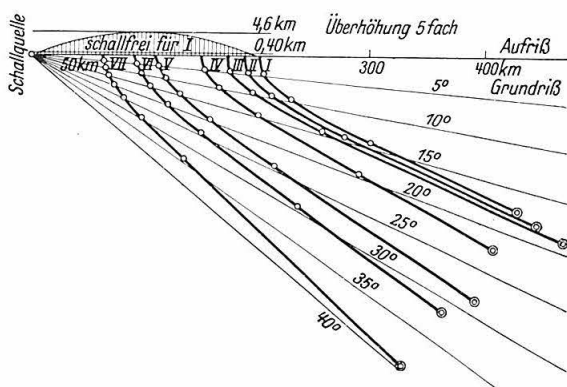


Fig. 41

Zone des Schweigens (Grundriß unter verschiedenen Annahmen, Tabelle 30, und Aufriß unter Annahme I) nach MORF

Fig. 41 zeigt den Einfluß von kleinen Variationen der Höhe, in welcher ein Windgradient beginnt, bei einer Anfangsgeschwindigkeit des Windes von 0 m/sec, ferner des Temperatur- und des Windgradienten. Die zugrunde gelegten Zahlenwerte sind

Tabelle 30

Nr.	Temperatur- abnahme Grad C/100 m	Windgeschwin- digkeits- zunahme m/sec pro 100 m	Beginn des Wind- gradienten in m Höhe	Windgeschwin- digkeit in 10 km Höhe m/sec
I	0,60	0,40	400	38,4
II	0,60	0,40	350	38,6
III	0,60	0,40	300	38,8
IV	0,58	0,40	400	38,4
V	0,55	0,40	400	38,4
VI	0,60	0,45	400	43,2
VII	0,60	0,50	400	48,0

In der Abbildung sind die entsprechenden Grenzen der Zone, in welcher der Schall gehört wird, durch die gleichen Nummern bezeichnet, die Zonen selbst erstrecken sich nach rechts, während links von den Grenzkurven, in allen Fällen also in der nächsten Umgebung der Schallquelle, höchstens gebeugte Wellen gehört werden können. Man sieht, daß geringere Temperaturzunahme mit der Höhe, stärkere Zunahme der Windgeschwindigkeit und Beginn derselben in geringerer Höhe die Zone der Hörbarkeit näher an die Schallquelle heranbringt und vergrößert.

polytrope Atmosphäre der Klasse $n = 4,5$ zugrunde, . . . so ergibt sich in der Windrichtung für eine Entfernung von 141 km (Thale) ein Strahl, dessen Scheithöhe 5,6 km und dessen Laufzeit 413 sec beträgt, also praktisch dieselbe Laufzeit, die für einen geradlinigen Strahl längs des Bodens bei 11^0 zu erwarten ist. Die Beobachtung ergab für die Laufzeit 415 sec. Thale lag nicht genau in der Windrichtung.“

Einen anderen Fall gestörter normaler Schallfortpflanzung hat HILLER beschrieben¹⁾. Die Schallquelle, das Glockenspiel in Stuttgart, und die Beobachtungsstelle lagen 2 km voneinander entfernt, waren aber durch einen Hügel getrennt (Fig. 43). Trotzdem war der Schall des Glockenspieles oft hörbar, und zwar vor allem bei stärkerem Westwind, dann aber auch bei Temperaturinversionen in der Höhe (in der Abbildung durch den Rauch kenntlich). Nachdem in der Richtung nach der Schallquelle hin ein Neubau errichtet worden war, dessen oberer Rand etwa 30^0 über der Horizontalen lag, wurde das Glockenspiel nicht mehr gehört.

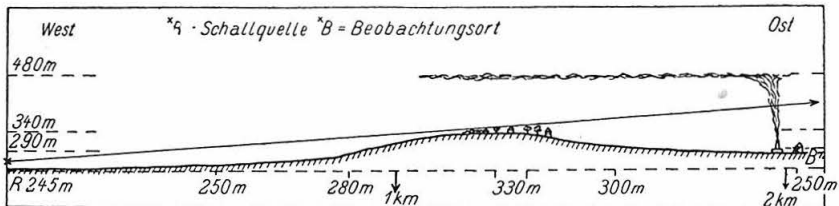


Fig. 43

Krümmung von Schallstrahlen durch eine Inversion. Der Schall gelangte gegen den Wind von R über die Höhe in der Mitte nach B. Nach HILLER (Aus Zeitschr. für Geophysik, 4, 157, 1928)

Zweifellos sind die Grundbedingungen für die gestörte normale Schallausbreitung sehr häufig gegeben. Nachdem aber festgestellt war, daß die anormalen Schallwellen nicht nach den oben angegebenen Prinzipien erklärbar sind, schwand das Interesse an diesen Untersuchungen, und die Ausbildung der gestörten normalen Schallzonen wurde in der Praxis nur ausnahmsweise untersucht.

§ 45. Schallvervielfältigung. Echo. In zahlreichen Fällen wird ein einfacher Explosionsknall mehrfach gehört. Beobachtungen hierüber wurden z. B. von ANGERER und LADENBURG veröffentlicht²⁾, auch R. EMDEN³⁾ befaßte sich mit diesem Problem. Tabelle 31 enthält einige charakteristische Beobachtungen. Für die vorliegenden Beobachtungen — Zeitdifferenzen von einer Minute und mehr hängen mit den noch zu besprechenden „anormalen“ Schallwellen zusammen — hat z. B. R. EMDEN (a. a. O.) Erklärungen zu geben versucht. In manchen Fällen handelt es sich wohl um Strahlen, die auf verschiedenen Wegen, insbesondere durch Reflexion an verschiedenen hohen Grenzschichten, von der Schallquelle zum Beobachter gelangt sind. Hierdurch können aber nur kleine Differenzen erklärt werden (vgl. oben). Bei größeren Unterschieden vermutet EMDEN die Wirkung von Echos. Für diese Erklärung spricht vor allem die oft hervorgehobene Tatsache, daß die Teilschalle aus verschiedenen Richtungen

¹⁾ Zeitschr. f. Geophysik, 4, 157, 1928.

²⁾ Annalen d. Physik, 66, 293, 1921.

³⁾ Meteorol. Zeitschr., 35, 118, 1918.

kommen können. Auch das oft erwähnte Rollen bei Schallerscheinungen kann durch Echo an bestimmten Geländeformationen bewirkt werden. Daneben können aber auch böige Luftbewegungen die Quelle von echoartigen Erscheinungen werden¹⁾.

Tabelle 31

Zeitdifferenzen zwischen mehreren Wahrnehmungen desselben Schallsignals an einer Stelle

Autor	Ort	Entfernung km	Zeitdifferenz sec	Bemerkungen	Literatur
FUJIWHARA .	Vulkan	75	—	1—2 Knalle	Bull. Met. Obs. Japan, 2, Nr. 1, 1912
„	Asama-	176	—	3 „	
„	Yama	138	4,3	—	
WIECHERT . .	Jüterbog	215	1/2	registriert	Zeitschr. f. Geophysik, 1, 14, 1924
ANGERER, LADENBURG	verschieden	verschieden	0,05 — 0,2	30 Fälle	Ann. Phys., 66, 293, 1921
DÖRR	Wiener- Neustadt	> 12	2 — 5 selten mehr	Zum Teil mehrfach	Ber. Acad. Wien, 122, 1683, 1913

Über das *Echo* selbst liegen nur relativ wenige Untersuchungen vor. Im allgemeinen spricht man, um deutlich verstanden zu werden, höchstens fünf Silben in der Sekunde, benötigt also für eine Silbe etwa 0,2 sec. Die Zeit, die der Schall braucht, um von der Schallquelle zur reflektierenden Stelle und wieder zurück zur Schallquelle zu gelangen, beträgt $2D : V$, wo D = Distanz der Schallquelle, V = Schallgeschwindigkeit = 330 m/sec. Soll man also gerade eine Silbe deutlich vom Echo hören, so muß $2D = 0,2 \cdot 330$ m sein, also $D = 33$ m. Eine 100 m entfernte Schallreflexionsstelle würde also drei Silben hörbar zurückwerfen. Einerseits wurden 20silbige Echos festgestellt, andererseits Stellen, an denen das gleiche Echo an verschiedenen Stellen reflektiert wird, so daß ein Schall vielfach hintereinander (infolge verschiedener Distanz der Reflexionsstelle) hörbar ist.

Unter Umständen geben bestimmte Stellen nur zeitweise Echos, je nach dem Zustand der Reflexionsstelle (z. B. Haus mit geöffneten oder geschlossenen Fenstern, belaubter oder nicht belaubter Waldrand).

Eine Anwendung des Echos ist die Feststellung der Höhe, in der sich ein Flugzeug über dem Erdboden befindet, mit Hilfe des Luftecholotes (Fig. 44), das im Prinzip genau so wirkt wie das Meeresecholot. (Näheres hierüber in Band 5.)

Eine Reihe von *anderen Schallerscheinungen* (z. B. Heulen des Windes, Singen von Drähten, Wispern von Bäumen) wird durch periodisch hinter solchen Hindernissen entstehende Wirbel erzeugt, ähnlich wie bei einer Äolsharfe. u.ä. weitere Geräusche sind mit zahlreichen anderen Naturerscheinungen verknüpft, w. a. mit Erdbeben (BRONTIDI), vgl. Bd. 4, Explodieren von Meteoren, elektrischen Vorgängen (St. Elmsfeuer) und Polarlicht (Bd. 5).

¹⁾ Vgl. hierzu z. B. J. TYNDALL, Der Schall. 7. Vorlesung. Braunschweig, 1897. — H. MOHN, Studien über Nebelsignale. Annalen d. Hydrographie, 20, 1892; 21, 1893 und 23, 1895.

§ 46. **Donner. Explosionen von Meteoren.** Genau wie in dem Falle, daß die Schallquelle sich auf der Erde befindet, kann man auch die Hörbarkeitszonen unter verschiedenen Voraussetzungen für den Fall konstruieren, daß die Explosion in einer bestimmten Höhe stattfindet (Fig. 45). Derartige Konstruktionen lassen sich aber noch weniger leicht mit der Wirklichkeit vergleichen als solche für den Fall der Schallquelle auf der Erdoberfläche, weil im allgemeinen weder die Höhe noch die horizontalen Koordinaten der Schallquelle genügend genau bekannt sind. Außerdem kommt im Falle der Meteoritendetonationen hinzu,

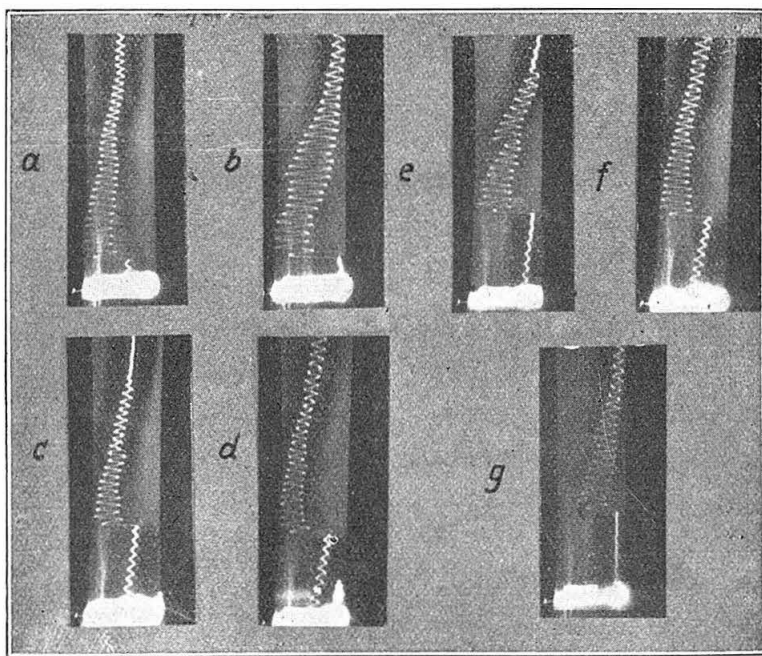


Fig. 44

Aufzeichnungen des BEHM'schen Luft-Echolotes. Nach BEHM. Die Länge des Lichtstreifens von unten bis zur Stelle, an der die Verschiebung nach links erfolgt, ist proportional der Höhe über dem Boden

daß die Schallzone meist zum größten Teil durch „anormale Schallwellen“ beeinflusst wird, und daß bei Sprengpunkten über rund 30 km Höhe die beiden Schallzonen überhaupt identisch sind, daß anderseits beim Donner die Schallfortpflanzung meist in sehr turbulenter Luft mit stark wechselnden Luftströmungen erfolgt. Dies dürfte auch die Ursache dafür sein, daß der Donner meist nur in sehr geringer Entfernung hörbar ist. Eine Zeitdifferenz von 20 Sekunden zwischen Donner und Blitz entsprechend einer Distanz von $t:3 =$ etwa 7 km ist schon recht selten, eine solche von 45 Sekunden (bei Distanz 15 km) wohl die äußerste Grenze. Dagegen sieht man relativ häufig Blitze in Entfernungen von sicher wenigen Kilometern, ohne überhaupt irgend etwas vom Donner zu hören. MEINARDUS fand in einer Überschlagsrechnung, daß bereits die Hauptluftströmungen in der Umgebung der Gewitterwolke die Hörbarkeitszone stark eingenen.

Das Rollen des Donners hat verschiedene Ursache; es ist einmal bedingt durch die verschiedenen Fortpflanzungsbedingungen auf den sich dauernd mit

der Bewegung der Schallquelle ändernden Schallbahnen, dann durch Echoerscheinungen in der bei Gewitter von zahlreichen Unstetigkeitsflächen durchsetzten Atmosphäre.

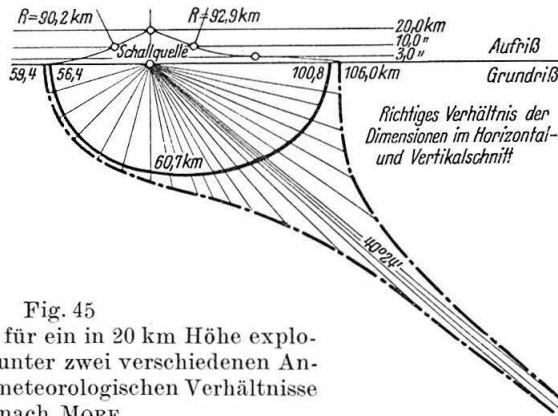


Fig. 45

Hörbarkeitszonen für ein in 20 km Höhe explodierendes Meteor unter zwei verschiedenen Annahmen über die meteorologischen Verhältnisse nach MORF

Registrierungen des Donners rühren her von W. SCHMIDT¹⁾ mit Hilfe eines Druckvariographen (Fig. 46, 47) und von E. WIECHERT²⁾ mit seinem zweimillionenfach vergrößernden Seismographen. Nach den Aufzeichnungen von

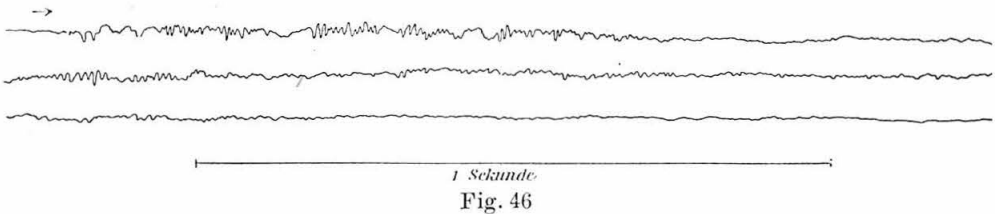


Fig. 46

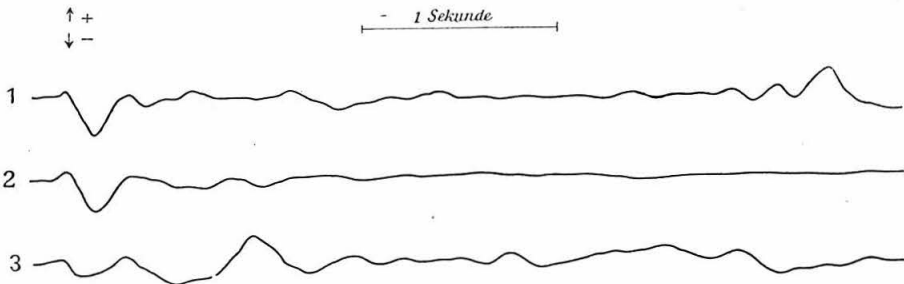


Fig. 47

Registrierung von Donner nach W. SCHMIDT. (Aus Meteorolog. Zeitschr. 1914, S. 490).

Figur 46 kurzperiodische, Figur 47 langperiodische Luftschwingungen

SCHMIDT wechseln im Donner Druckschwankungen von ganz verschiedener Dauer, so daß man eigentlich von Perioden nicht reden kann, und auch keine eigentlichen Töne erhält. Bei einer Auszählung der Intervalle (Perioden) bei drei Donnerserien

¹⁾ Meteorolog. Zeitschr. 1914, S. 490.

²⁾ Zeitschr. f. Geophysik, 1, 14, 1924.

fand SCHMIDT „Perioden“ von $\frac{1}{75}$ bis $\frac{1}{120}$ sec relativ häufig, die folgenden längeren Perioden traten selten auf, dagegen fanden sich wieder öfter Perioden von $\frac{1}{40}$ sec; noch kürzere (unhörbare) Wellen mit Perioden bis zu über $\frac{1}{2}$ sec waren relativ häufig. Tabelle 32 gibt einen Überblick über eine Reihe von Messungen der Perioden und Amplituden.

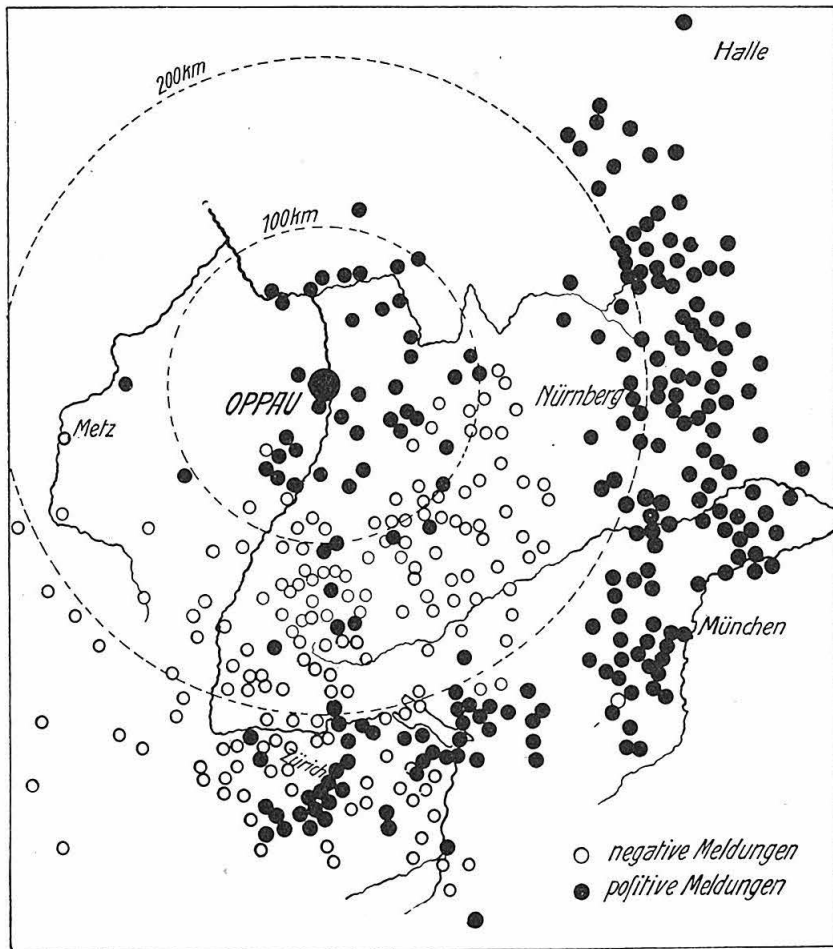


Fig. 48

Schallbeobachtungen bei der Explosion von Oppau am 21. September 1921.

Nach A. DE QUERVAIN

SCHMIDT schätzt die Energie, die in dem Donner steckt, auf etwa 0,001% der Energie des Blitzes. Nach seiner Ansicht handelt es sich beim Donner um Wellen ähnlich den Stoßwellen. Einer kräftigen Verdünnung der Luft geht ganz selten eine schwache Verdichtung voraus. Die rasche Intensitätsabnahme des Donners wäre hiernach durch die Stoßwelle bedingt, die starke Energieabgabe nach verschiedenen Richtungen bewirkt.

Tabelle 32

Schwingungsdauern und Amplituden bei einzelnen Wellen eines Donners um 14 Uhr 46 Min. am 6. August 1913 nach SCHMIDT

Schwingungs- dauer sec	Amplitude mm Hg	Energie Erg/cm ²	Schwingungs- dauer sec	Amplitude mm Hg	Energie Erg/cm ²
0,32	0,017	0,522	0,18	0,013	0,166
24	5	26	34	14	347
38	4	34	16	3	9
16	3	9	24	3	13
18	6	32	38	2	5
20	4	15	24	3	13
22	2	3	22	4	19
22	4	24	14	4	11
			28	3	25

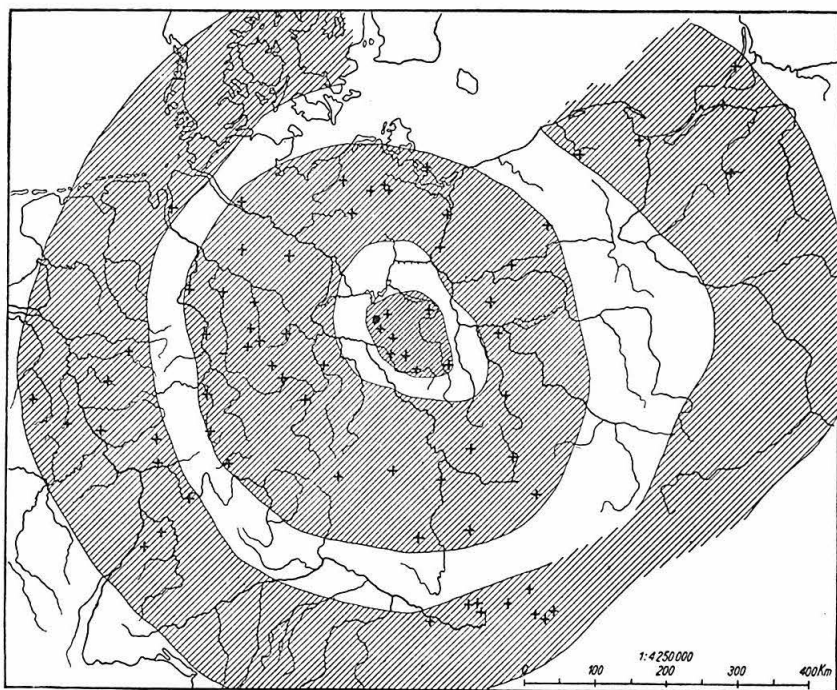


Fig. 49

Beobachtungen der Sprengung am 3. Mai 1923 in Jüterbog.

Nach HERGESELL-DUCKERT

§ 47. Hörbeobachtungen über Schallfortpflanzung auf anormalen Bahnen.

Bei einer Dynamitexplosion bei Förde in Westfalen am 14. Dezember 1903 stellte VON DEM BORNE fest, daß der Schall nicht nur in der nächsten Umgebung der Schallquelle wahrnehmbar war, sondern daß sich nach einer Zone „des Schweigens“ wieder ein Gebiet „anormaler Hörbarkeit“ ergab. Die weiteren Untersuchungen, teils bei unvermuteten Explosionen, teils bei Kanonendonner,

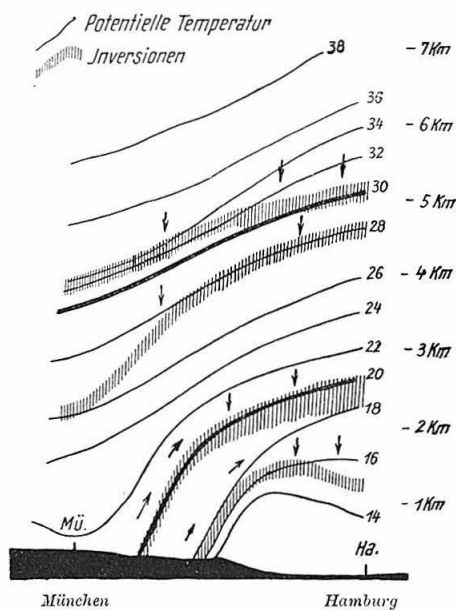


Fig. 50

Schnitt durch die Atmosphäre am 3. Mai 1923

Nach HERGESELL

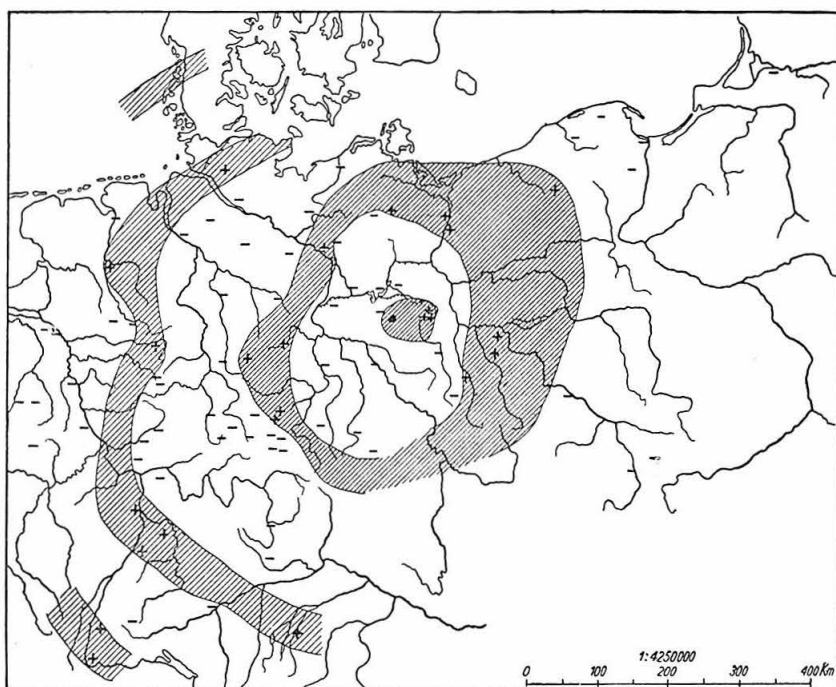
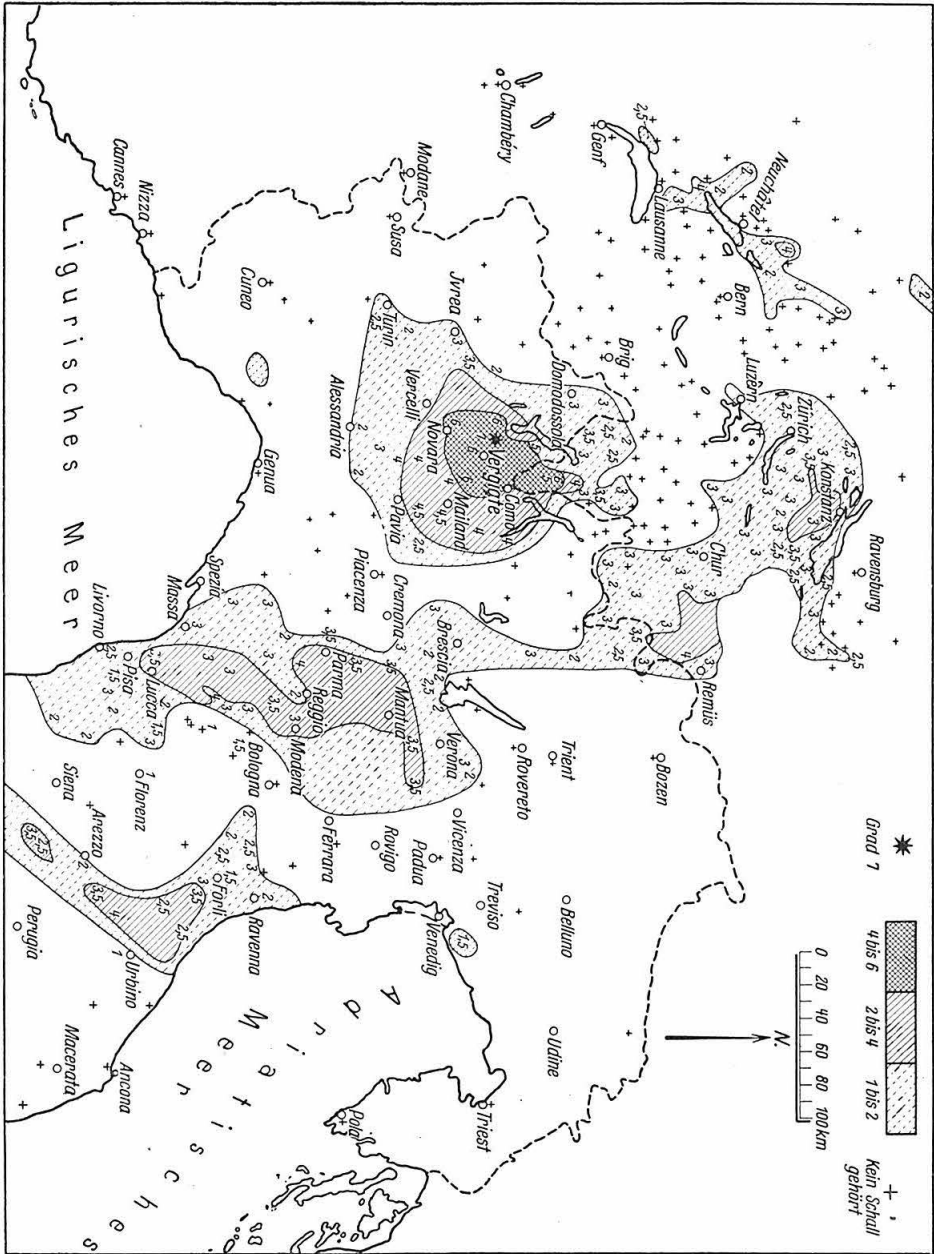


Fig. 51

Positive (+) und negative (—) Beobachtungen der Sprengung in Kummersdorf
am 18. Dezember 1925. Nach HERGESELL-DUCKERT

in den letzten Jahren auch bei besonders zu diesem Zweck veranstalteten künstlichen Explosionen zeigten, daß es sich hierbei um eine immer vorhandene Erscheinung handelt, deren Einzelheiten allerdings von Fall zu Fall wechseln¹⁾.

Fig. 52. Hörbarkeit der Explosion von Vergiate (in 7 Intensitätsgraden). Nach Ergebnissen von ODDONE



¹⁾ Aus der Literatur: G. VON DEM BORNE, Die Erdbebenwarte, 4, 1, 1904 und 6, 110, 1906. — A. DE QUERVAIN, Annalen d. Schweiz. Met. Zentralanstalt, Zürich, für 1908, 1915, 1918, 1919 und 1920. — E. VAN EVERDINGEN, Hemel en Dampkring

In den Fig. 48 bis 52 sind eine Reihe von charakteristischen Fällen von Ausbildung der Zonen anormaler Hörbarkeit zusammengestellt. Man erkennt, daß sowohl einseitige Zonen vorkommen wie Fälle, in denen ein oder mehrere getrennte Ringe das Gebiet normaler Hörbarkeit umschließen. In den letzteren Fällen sind die Radien der verschiedenen Zonen etwa ganzzahlige Vielfache des Radius der ersten anormalen Zone (vgl. Fig. 49 und 51).

Eine Reihe von Eigentümlichkeiten der anormalen Zone wurden insbesondere von A. WEGENER und W. WHIPPLE studiert, aber auch in der übrigen Literatur finden sich solche. So ergab sich z. B. eine jährliche Periode des Radius des Innenrandes der anormalen Zone, wie man in der Literatur kurz, aber nicht richtig schreibt, und zwar liegt ihr Innenrand in Europa und Japan im Januar und Februar bei einer Distanz von rund 110 km, im Hochsommer dagegen bei rund 190 km (Fig. 53). Die Zone größter Intensität liegt im Winter nur 10–20 km, im Sommer dagegen rund 40 km vom Innenrand entfernt.

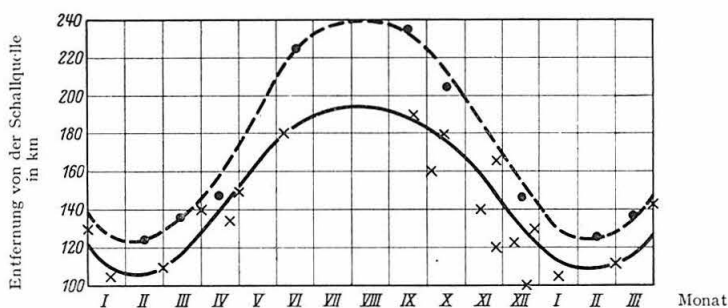


Fig. 53

Jährliche Periode der Entfernung der anomalen Schallzone von der Schallquelle nach Zusammenstellung von WEGENER.
 × bzw. ausgezogene Kurve: Entfernung des Innenrandes.
 ● bzw. gestrichelte Kurve: Häufigkeitsmaximum der Schallmeldungen aller Explosionen bis 1925 in dem betr. Monat

Es ergab sich weiter, daß in Europa und Japan die Zone anormaler Hörbarkeit im Sommer im Westen der Schallquelle, im Winter im Osten der Schallquelle besser ausgeprägt ist. Insbesondere war während des Krieges der Kanonendonner der Westfront im Winter auf deutscher, im Sommer auf französisch-englischer Seite besser zu hören. Hieraus folgt, daß die damals ausgesprochene Vermutung, daß die Belaubung der Bäume die Ursache der schlechten Hörbarkeit des Schalles in Deutschland im Sommer sei, unzutreffend war, vielmehr ist die Temperaturverteilung (vgl. S. 132) sowie manchmal auch der Wind daran schuld.

1914. — W. MEINARDUS, Meteorol. Zeitschr. 1915, S. 199. — W. BRAND, ebenda, 1917, S. 58. — Ders., Das Wetter, 33, 1916. — I. N. DÖRR, Sitz.-Ber. Akad. Wien, Okt. 1913. — CH. DAVISON, Nature, 98, 438, 1918. — Neuere umfangreichere Darstellungen mit weiteren Literaturangaben: A. WEGENER, Zeitschr. f. Geophysik, 1, 312, 1925. — G. ANGENHEISTER, ebenda, 1, 20 und 314, 1924/25. — CH. MAURIN, Sur la propagation des ondes aériennes; Ann. de l'Institut de Physique du Globe, Paris, 1926. — H. HERGESELL und P. DUCKERT, Die Ergebnisse der Sprengungen zu Forschungszwecken . . . , Die Arbeiten des Aeronaut. Observat. bei Lindenberg, 16, Heft B, 1927. — 2. Mitteilung, ebenda, 16, Heft D, 1929.

Auch bei Vulkanausbrüchen, Erdbeben- und Meteorexplosionen¹⁾ traten Zonen anormaler Hörbarkeit getrennt von der normalen Zone auf, doch scheint deren Ausbildung bei Meteorexplosionen nach WEGENER (a. a. O. S. 302) an relativ niedrig gelegene Hemmungspunkte gebunden zu sein.

§ 48. Registrierungen von Wellen mit anormalen Bahnen. Laufzeitkurven und Einfallswinkel. Einen wesentlichen Fortschritt hatten die Registrierungen der Schallwellen zur Folge, denn nun war es möglich, Laufzeitkurven zu zeichnen und aus diesen die Schallgeschwindigkeiten abzuleiten. Zunächst bestätigten die Registrierungen einen großen Teil der Ergebnisse, die bereits aus Hörbeobachtungen gewonnen worden waren. So zeigten insbesondere Registrierungen, die E. WIECHERT an zwei genau entgegengesetzt von der Schallquelle gelegenen Punkten anstellen ließ²⁾, daß innerhalb weniger Sekunden, die durch den Einfluß des Windes bedingt sein können, der Schall an beiden Punkten eintraf. Die von HERGESELL-DUCKERT bearbeiteten Aufzeichnungen (vgl. Fußnote S. 131) enthalten zahlreiche Fälle, in denen ganze Laufzeitkurven für diametral zur Schallquelle gelegene Stationsreihen bei der gleichen Sprengung sich fast genau decken. Das ganze Beobachtungsmaterial beweist jedenfalls mit Sicherheit, daß bei nicht zu großen Temperaturunterschieden und mäßigem Wind die Registrierungen rund um die Schallquelle keine wesentlichen Unterschiede zeigen. Damit ist der Beweis geliefert, daß der Wind nicht die Ursache der Erscheinung sein kann; natürlich kann er das ganze Bild beeinflussen, genauer gesagt: stören.

Wesentlich anders lauten die Ergebnisse, wenn man Tage mit starken Temperaturunterschieden am Boden benutzt. In diesem Falle liegt die Zone, in der der anormale Schall registriert wird, einseitig auf der kalten Seite der Schallquelle³⁾. Dies ist aber auch ganz erklärlich, denn die flach von der Schallquelle ausgehenden Schallstrahlen können in einem wärmeren Sektor nicht zum Boden zurückgelangen. Ist i_0 der Einfallswinkel an der Schallquelle, i am Beobachtungsort, und sind T_0 und T die entsprechenden Temperaturen, so ist nach (259) und (303)

$$\sin i = \sin i_0 \sqrt{T : T_0} \dots \dots \dots (350)$$

Damit also ein Strahl zum Boden zurückkommt, muß $\sin i$ kleiner als 1 sein, also T kleiner als $T_0 : \sin^2 i_0$. Nun nimmt der Sinus nur sehr langsam ab, wenn der Winkel selbst von 90° abnimmt, infolgedessen ist $\sin^2 i$ in einem beträchtlichen Intervall sehr nahe an 1; da nun die Strahlen mit anormalen Laufzeiten sehr flach von der Schallquelle ausgehen, können sie die Beobachtungsstation nur erreichen, wenn die Temperatur dort nicht viel über der Temperatur an der Schallquelle liegt. Im anderen Falle müssen die Strahlen, die auf der warmen Seite der Schallquelle herunterkommen, etwas unter dem Niveau, in dem die Temperatur an der Schallquelle erreicht wird, wieder nach oben umbiegen, ohne die Erdoberfläche erreicht zu haben. Umgekehrt kommen die Schallstrahlen in einem kalten Sektor früher zu Boden, als es normalerweise der Fall wäre, und ihre Einfallswinkel sind größer.

¹⁾ Vgl. A. WEGENER, a. a. O., S. 300. — THOMSON, Nature, **124**, 687, 1929. — WHIPPLE, ebenda, **124**, 688, 1929. — B. GUTENBERG, Zeitschr. f. Geophysik, **2**, 104, 1926. — INOUE and SUGIYAMA, Bull. Earthq. Res. Inst., **9**, 168, 1931.

²⁾ E. WIECHERT, Bemerkungen über die anormale Schallausbreitung, 2. und 3. Mitt., Göttinger Nachr., 1926, S. 93 und 201.

³⁾ Vgl. z. B. B. GUTENBERG, Gerlands Beitr. z. Geophysik, **27**, 217, 1930. Auch der Wind spielt hierbei natürlich mit, worauf z. B. W. WHIPPLE aufmerksam gemacht hat (Nach briefl. Mitt.).

Man erkennt aus Gleichung (350) auch leicht, daß Inversionen einen Teil der Schallstrahlen am Eindringen in höhere Schichten hindern können. Ist irgendwo die Temperatur höher als am Boden, was im Winter besonders leicht vorkommt, so werden nur die Strahlen die Inversion durchstoßen, die einen so kleinen Einfallswinkel am Boden haben, daß $\sin i$ nach (350) kleiner als 1 wird. Die übrigen laufen zum Boden zurück und bilden dann die in § 44 besprochenen gestörten normalen Strahlen. Auch hierfür bietet das Beobachtungsmaterial schöne bestätigende Beispiele (vgl. auch Fig. 43 S. 123).

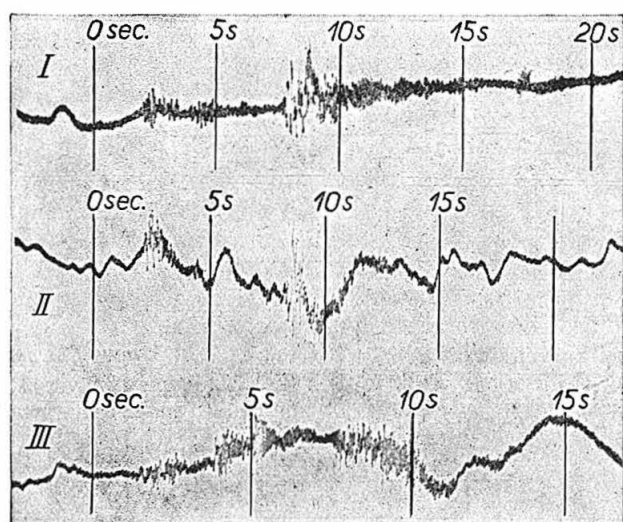


Fig. 54

Aufzeichnungen von Schallwellen durch die Stratosphäre (II 5 Minuten nach I, III 1 Stunde nach I) in Eschwege, 197 km entfernt von der Schallquelle in Munsterlager. Laufzeit 662 sec. 14. Januar 1925. Die langsamen Bewegungen sind Störungen. Nach G. ANGENHEISTER (Zeitschr. f. Geophysik, 2, 91, 1926)

Wie zu erwarten ist, sehen die Registrierungen infolge der dauernden Unruhe der Luft recht verschiedenartig aus. Während Aufzeichnungen von Explosionen, die an derselben Stelle in kurzen Intervallen erfolgten, fast gleich sind (I und II in Fig. 54), ergeben sich bereits nach einer Stunde erhebliche Abweichungen (II und III der Figur).

Trägt man die beobachteten Eintrittszeiten der registrierten Wellen als Funktion der Distanz auf, so erhält man die *Laufzeitkurven* für die Schallwellen. Diese sind im Prinzip von der gleichen Art wie die Laufzeitkurven der Erdbebenwellen (Band 4), sie unterscheiden sich aber insofern von diesen, als die Kurven sich infolge des Wechsels der meteorologischen Bedingungen von Fall zu Fall verschieben. Die Fig. 55a und 56b geben zwei charakteristische Bilder für zwei verschiedene Gruppen von Beobachtungen. Fig. 55a enthält eine Reihe von Messungen aus dem Sommer, Fig. 55b solche aus dem Winter. Bei beiden gruppieren sich die Beobachtungskurven sehr gut um die eingezeichneten Kurven. Bei der letzteren erkennt man neben der Kurve für die normalen Wellen (a), die infolge von Inversionen etwas verspätet sind (vgl. S. 122), zunächst Kurve b der anormalen Wellen und ferner deutlich eine zweite Kurve c von solchen, schließlich angedeutet eine dritte Kurve d. Man kann sich nun leicht davon

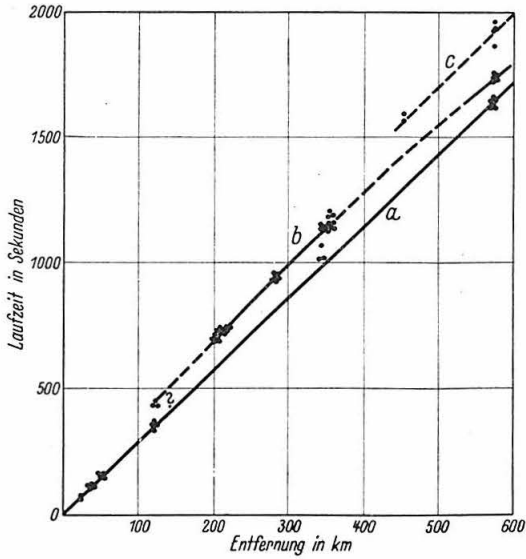


Fig. 55 a

Laufzeitkurven für die Schallwellen am 17. Juli 1928 $14\frac{1}{2}^h - 18\frac{1}{2}^h$. Sprengort Jüterbog. Fall, in dem die Schallzonen in verhältnismäßig großen Entfernungen beginnen. („Spätsommertyp“)

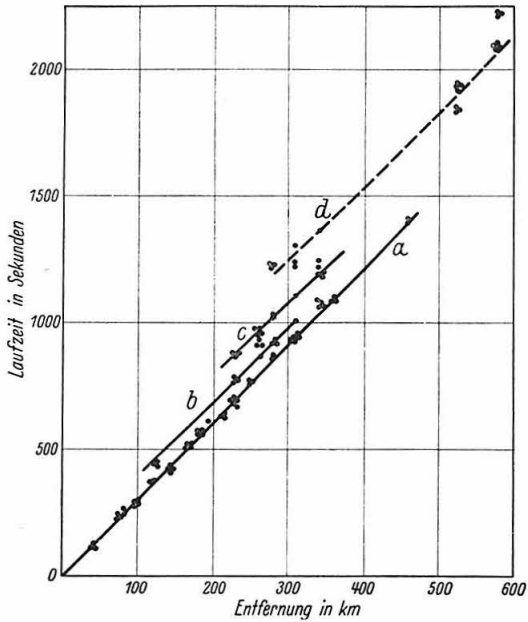


Fig. 55 b

Laufzeitkurven für die Schallwellen am 19. Dezember 1929, $12^h - 14^h$, Sprengort Jüterbog. Fall mit mehreren anormalen Schallzonen, die in verhältnismäßig kleinen Distanzen beginnen. („Spätwintertyp“). Anormale Schallzonen (b bis d) in diesem Beispiel nur im Osten der Schallquelle

überzeugen, daß die Kurve c in den doppelten Distanzen verläuft wie die Kurve b , und daß die Ordinaten doppelt so groß sind wie die der Kurve b in der halben Distanz, daß ferner d etwa die dreifachen Laufzeiten für die dreifachen Distanzen der Kurve b liefert. Ähnliches ergibt sich für andere Fälle dieser Art, auch aus Fig. 49 und 51 erkennt man die gleichen Beziehungen, soweit die Distanz in Frage kommt. Man erhält so eine Bestätigung für die zuerst von WEGENER und dann von GUTENBERG vertretene Ansicht, daß die Kurve c die Laufzeitkurve der einmal reflektierten anormalen Wellen ist und analog d die entsprechende der zweimal reflektierten Wellen.

Das für die weitere Rechnung wichtigste Element sind die Einfallswinkel der Schallwellen an der Erdoberfläche. Man erhält sie nach (300) aus der Laufzeitkurve. Diese Methode ist jedoch relativ unsicher, da nach allen Ergebnissen der Wert von $\sin i$ nahe an 1 ist und infolgedessen i sich nur recht roh auf diesem Wege ergibt.

Einen wesentlich besseren Weg hat O. MEISSER¹⁾ vorgeschlagen und auch durchgeführt. Er berechnet aus den relativen Eintrittszeiten des Schalles an drei Stationen, deren gegenseitiger Abstand klein gegen die Herdentfernung ist, die Richtung der Wellennormale unter der Annahme, daß die Wellenfläche eine Ebene ist. — Sind im rechtwinkligen Koordinatensystem x, y, z die Winkel α, β, γ die Richtungswinkel der Flächennormalen, so lautet die Gleichung der Wellenfläche durch den Punkt P mit den Koordinaten x, y, z

$$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma = V (T - T_0) \dots \dots (351)$$

wo $V (T - T_0)$ den Abstand der Ebene vom Koordinatenanfang darstellt, wenn T_0 die Ankunftszeit des Schalles in P_0 ist. Die Aufgabe besteht darin, aus den relativen Schalleintrittszeiten in den drei Punkten

Station	Koordinaten			Zeit
P_0	0	0	0	T_0
P_1	x_1	0	z_1	T_1
P_2	x_2	y_2	z_2	T_2

die Richtungswinkel α, β, γ des Schallstrahles zu bestimmen. Da sowohl P_0 , wie P_1 und P_2 Punkte der Wellenfläche (351) sind, hat man zur Bestimmung der Unbekannten folgende Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} x_1 \cdot \cos \alpha + z_1 \cdot \cos \gamma &= (T_1 - T_0) v = \Delta_1 \\ x_2 \cdot \cos \alpha + y_2 \cdot \cos \beta + z_2 \cdot \cos \gamma &= (T_2 - T_0) v = \Delta_2 \\ \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma &= 1 \end{aligned} \right\} \dots \dots (352)$$

Führt man die Rechnung durch, so wird

$$\cos i = \cos \gamma = \frac{\frac{\Delta_1}{x_1} \cdot \frac{z_1}{x_1} + \left(\frac{z_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{z_1}{x_1} \right) \left(\frac{\Delta_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{\Delta_1}{x_1} \right)}{1 + \left(\frac{z_1}{x_1} \right)^2 + \left(\frac{z_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{z_1}{x_1} \right)^2} - \sqrt{\frac{\left[\frac{\Delta_1}{x_1} \cdot \frac{z_1}{x_1} + \left(\frac{z_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{z_1}{x_1} \right) \left(\frac{\Delta_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{\Delta_1}{x_1} \right) \right]^2 + \left[1 - \left(\frac{\Delta_1}{x_1} \right)^2 - \left(\frac{\Delta_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{\Delta_1}{x_1} \right)^2 \right] \cdot \left[1 + \left(\frac{z_1}{x_1} \right)^2 + \left(\frac{z_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{z_1}{x_1} \right)^2 \right]}{\left[1 + \left(\frac{z_1}{x_1} \right)^2 + \left(\frac{z_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{z_1}{x_1} \right)^2 \right]}. \quad (353)$$

¹⁾ Zeitschr. f. Geophysik, 3, 287, 1927.

$$\cos \alpha = \frac{\Delta_1}{x_1} - \frac{z_1}{x_1} \cdot \cos \gamma \quad \cos \beta = \frac{\Delta_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{\Delta_1}{x_1} - \left[\frac{z_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{z_1}{x_1} \right] \cdot \cos \gamma \quad (354)$$

Das Azimut φ erhält man aus

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\Delta_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{\Delta_1}{x_1} - \left[\frac{z_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{z_1}{x_1} \right] \cdot \cos \gamma}{\frac{\Delta_1}{x_1} - \frac{z_1}{y_1} \cdot \cos \gamma} \quad \dots \quad (355)$$

Die Formeln werden bedeutend einfacher, wenn man die durch die Stationen 1, 2, 3 gegebene Ebene zugrunde legt, so daß $z_1 = z_2 = 0$ werden; es ist nur zu beachten, daß man dann den so erhaltenen Einfallswinkel noch auf die Horizontalebene umrechnen muß. Für den besonderen Fall horizontaler Lagerung wird

$$\sin i = \sin \gamma = \sqrt{\left(\frac{\Delta_1}{x_1} \right)^2 + \left(\frac{\Delta_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{\Delta_1}{x_1} \right)^2} \quad \dots \quad (356)$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{\Delta_2}{y_2} - \frac{x_2}{y_2} \cdot \frac{\Delta_1}{x_1}}{\frac{\Delta_1}{x_1}} \quad \dots \quad (357)$$

Fig. 56 und Tabelle 33 geben ein praktisches Beispiel.

Tabelle 33
Aus der Figur 56 berechnete Einfallswinkel der
Schallstrahlen

Fall	Zeit	Einsatz Nr.	i
a	21. Juli 1927 18 ^h 46 ^m	1	75°
		2	73
		3	70
b	19 ^h 41 ^m	1	81
		2	77
		3	76
c	19 ^h 46 ^m	1	77
		2	77
		3	72
		4	74
d	22. Juli 1927 1 ^h 21 ^m	1	65
		2	65
		3	61
		4	63
		5	66
e	1 ^h 26 ^m	1	70
		2	69
		3	73
		4	75

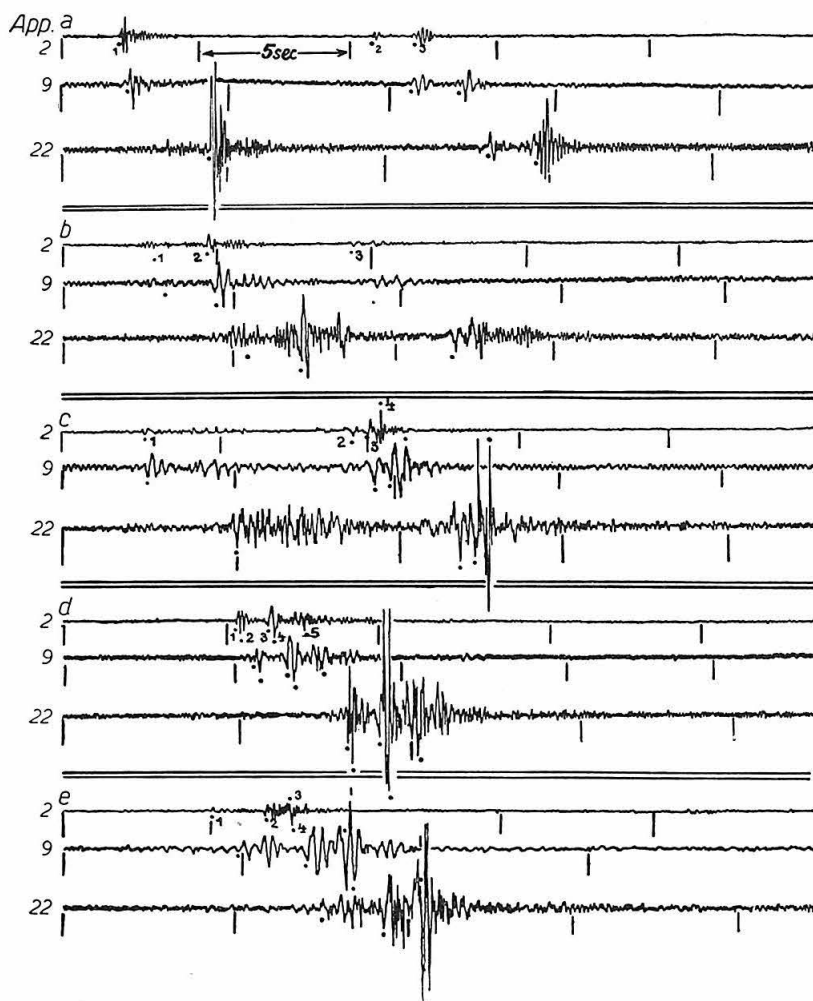


Fig. 56

Aufnahme des Luftschalles mit 3 Köhl'schen Undographen (Nr. 2, 9 und 22) am 22. Juli 1927 an drei nahe beieinander gelegenen Punkten bei Wurzbach in Thüringen. a) 18^h 46^m, b) 19^h 41^m, c) 19^h 46^m, d) 1^h 21^m, e) 1^h 26^m.

Nach O. MEISSER aus Zeitschr. f. Geophysik, 3, 284, 1927

Die Sprengungen fanden in Jüterbog statt, die Registrierungen erfolgten in Wurzbach (Thüringen). Die Witterungsverhältnisse waren sehr günstig:

Gruppe	Wind	Temperatur	Bewölkung
a	2 m/sec, NNO	20°	bedeckt
b, c	windstill < 0.2 m/sec	18	„
d, e	„ < 0.2 „	18	bedeckt, Regen

Die Schwankungen der einzelnen Werte für i über 20° sind reell und kaum in Meßfehlern zu suchen. Auffallend ist ferner, daß die i -Werte nachts im Mittel etwas größer sind als die Tageswerte.

Bei einer Sprengung am 17. Juni 1927 in Jüterbog beobachtete MEISSER in Lobenstein i. Th. ($\varphi = 50^\circ 27.4'$; $\lambda = 11^\circ 38.3'$) am Nachmittag $i = 74^\circ$. Die Distanz betrug in beiden Fällen annähernd 200 km.

Weitere Messungen dieser Art scheinen nicht angestellt worden zu sein.

§ 49. Die Schallgeschwindigkeit in der Stratosphäre. Aus der Laufzeitkurve bzw. den Werten des Einfallswinkels i_0 an der Erde als Funktion der Distanz Δ läßt sich nun nach den S. 108ff. abgeleiteten Beziehungen die Schallgeschwindigkeit in der Stratosphäre finden, wenn man diese für die Troposphäre kennt, und wenn man weiter voraussetzt, daß das Minimum der Schallgeschwindigkeit, mit anderen Worten das Minimum der Temperatur, an der Grenze zwischen Stratosphäre und Troposphäre liegt, was mit großer Wahrscheinlichkeit immer der Fall ist, und daß die Zunahme der Schallgeschwindigkeit mit der Höhe nicht so schnell erfolgt, daß totale Reflexion oder eine ähnliche Komplikation eintritt. Der Gang der Rechnung gestaltet sich nach den S. 108ff. angegebenen Formeln folgendermaßen¹⁾: Seien

t = Laufzeit nach der Distanz Δ ,

i_0 = Einfallswinkel am Boden, i in der Höhe h , i_S an der Stratosphären-grenze,

V_0 = Wellengeschwindigkeit am Boden, V in der Höhe h , V_S an der Stratosphären-grenze,

T_0 = absolute Temperatur am Boden, T in der Höhe h , T_S an der Stratosphären-grenze,

Δ_T = Projektion eines Strahlteiles durch die Troposphäre auf die Erdoberfläche,

Δ_S = desgleichen für den Strahlteil in der Stratosphäre,

S = Höhe der Stratosphären-grenze,

so ist in genügender Annäherung

$$V = 20 \sqrt{T}, \quad \text{insbesondere} \quad V_0 = 20 \sqrt{T_0} \quad \quad (358)$$

Hieraus ergibt sich für einen Einfallswinkel i_0 bei Windstille (eventuell muß wegen des Windes eine Korrektur angebracht werden; vgl. S. 104ff.)

$$\sin i = \frac{V}{V_0} \sin i_0 \quad \quad (359)$$

$$\Delta_T = \int_0^S \operatorname{tg} i \, dh \quad \quad (360)$$

$$\Delta_S = \Delta - 2 \Delta_T \quad \quad (361)$$

unter der Voraussetzung, daß Temperatur und Wind über der Schallquelle und der Beobachtungsstation gleich sind. Andernfalls ist $2 \Delta_T$ zu ersetzen durch die Summe der Distanzen Δ_T für Schallquelle und Station, das erste Mal bei Aufstieg der Schallwellen, das zweite Mal bei Niedergehen.

$$\sin i_S = \frac{V_S}{V_0} \sin i_0 \quad \quad (362)$$

Die beiden letzten Gleichungen liefern Δ_S und i_S als Funktion von i_0 und somit auch i_S als Funktion von Δ_S . Nach (308) oder (309) erhält man nun die Scheitelhöhe H des Strahles über der Stratosphären-grenze:

¹⁾ B. GUTENBERG, Zeitschr. f. Geophysik, 3, 260, 1926; Gerlands Beitr. z. Geophysik, 27, 217, 1930.

Für den entferntesten Punkt ($\Delta_S = 310$ km, $\sin i_S = 0,78$) ergibt sich nunmehr folgendes Schema zur Berechnung der Scheitelhöhe $h = S + H$ und der Scheitelgeschwindigkeit V_h :

Δ_S km	$\sin (i_S)_A$	$\sin (i_S)_A - \sin i_S$	$\sqrt{\sin (i_S)_A - \sin i_S}$
0	1.00	0.22	0.47
142	0.85	0.07	0.26
225	0.83	0.05	0.22
310	0.78	0.00	0.00

Man trägt nun die Wurzel als Funktion von Δ_S auf und integriert graphisch. Der Wert des Integrals wird etwa 91, somit

$$h = S + H = 12 + \frac{1}{2} \cdot 91 = \text{etwa } 57 \text{ km}$$

$$v_h = 0,344 : 0,90 = 0,382 \text{ km/sec.}$$

Analog läßt sich die Scheitelhöhe und die Schallgeschwindigkeit für die übrigen Punkte finden. In Fig. 57 sind die Kurven, die sich so ergeben, für den vorliegenden und einige andere Fälle eingezeichnet. Sie geben zwar infolge

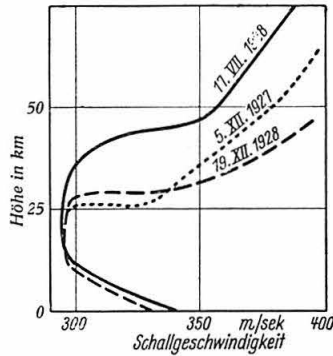


Fig. 57
Schallgeschwindigkeit
in der Stratosphäre nach
Schallregistrierungen.
Über die Fehlergrenzen
vgl. Text

der notwendigen Interpolationen nur ein rohes Bild, jedoch sind die wesentlichen Ergebnisse durchaus sicher. So findet man z. B., daß in rund 30 km Höhe die Schallgeschwindigkeit erheblich ansteigen muß. Diese Höhe ist aber nicht konstant, sie ist vielmehr im allgemeinen um so kleiner, je näher die anormale Zone bzw. die Zone der reflektierten Wellen (Kurve c der Fig. 55 S. 134) an der Schallquelle beginnt. Beträgt diese Distanz nur wenig über 100 km, so entfernt sich der Einfallswinkel i_S an der Stratosphäregrenze schon in kleinen Distanzen von dem Wert 1, es ergibt sich dann ein relativ kleiner Wert von H , und die Zunahme der Schallgeschwindigkeit muß schon in etwa 25 km Höhe oder sogar noch darunter beginnen. Es sind dies die obenerwähnten Fälle vom „Spät-wintertypus“ (vgl. Fig. 55 b). Auf die Ursache dieser Erscheinung kommen wir in § 51 zurück.

Um die Fehlergrenzen der Ergebnisse zu untersuchen¹⁾ oder um die S. 110 erwähnten Schwierigkeiten bei starker Geschwindigkeitsänderung zu vermeiden, kann man, wie S. 111 erwähnt wurde, als weitere Annäherung für den unteren Teil der Stratosphäre (Dicke d) geradlinige Strahlteile einfügen. Dann gilt analog (361) für das Niveau S , in dem der Anstieg der Schallgeschwindigkeit beginnt,

$$\Delta_S = \Delta - 2 \Delta_T - 2 \Delta_d,$$

¹⁾ B. GUTENBERG, Mit welcher Genauigkeit läßt sich die Schallgeschwindigkeit in der Stratosphäre finden? Gerlands Beitr. z. Geophysik, im Druck.

wo

$$\Delta_d = d \operatorname{tg} i_s.$$

Die Rechnung verläuft analog wie oben angegeben wurde. Der Minimalwert von d ist $d = 0$. Die Temperaturmessungen (vgl. Figur 1 S. 5) stehen im allgemeinen im Widerspruch mit den Werten für die Schallgeschwindigkeiten, die sich dann ergeben. Den Maximalwert d^* erhält man unter der Voraussetzung, daß die anormalen Schallwellen durch totale Reflexion entstehen. In diesem Falle ist

$$d_A^* = \frac{1}{2} \Delta_S^* \cot i^* \quad \text{und} \quad d_t^* = \frac{1}{2} t_S^* V \cos i_S^*.$$

Im allgemeinen ist aber die Voraussetzung totaler Reflexion falsch, und die etwas kleinere Lösung der zweiten Gleichung liegt dann noch über dem wirklichen Wert von d^* . i_S^* ist der kleinste mögliche Wert von i_S an der Stratosphären-grenze. Im allgemeinen ist also $\sin i_S^* = V_S : V_0$. Δ_S^* und t_S^* sind die zu i_S^* gehörigen Werte von Δ_S und t_S .

Für die Schallgeschwindigkeiten am 5. Dezember 1927 und am 17. Juli 1928 ergaben sich z. B. folgende Werte:

$$\begin{array}{ccc} \text{5. Dezember 1927} & & \text{17. Juli 1928} \\ d_A^* = 32 \text{ km} & d_t^* = 32 \text{ km} & d_A^* = 56 \text{ km} \quad d_t^* = 52 \text{ km} \end{array}$$

d. h. im ersten Falle muß der Anstieg der Schallgeschwindigkeit in höchstens 32 km Höhe, im zweiten in höchstens 52 km Höhe begonnen haben. Allerdings müßte dann die Schallgeschwindigkeit in diesen Höhen plötzlich von 300 auf etwa 340 m/sec gestiegen sein, was sehr unwahrscheinlich ist. Folgende Reihen von Werten (in runden Zahlen) ergeben sich in beiden Fällen als mögliche typische Lösungen (unter unendlich vielen).

Höhe km	5. Dezember 1927 (in m/sec)			Höhe km	17. Juli 1928 (in m/sec)			
	a	b	c		a	b	c	d
20	300	300	300	20	300	300	300	300
25	340	300	300	30	340	300	300	300
30	355	350	300	40	360	350	300	300
35	365	360	355	50	380	370	360	300
40	370	365	365	60	390	380	370	365

Die Grenzüberschneidungen sind am wenigsten wahrscheinlich. Die Kurven der Fig. 57 entsprechen etwa den Fällen b bzw. c. Man erkennt, daß die Unsicherheit vor allem den Beginn des Anstieges betrifft. Sie ist im Sommer größer als im Winter entsprechend dem späteren Beginn der Laufzeitkurven und der notwendigen Interpolation (durch Annahmen über die Schallgeschwindigkeit in der unteren Stratosphäre) über ein größeres Intervall. Bei größeren Unterschieden entscheidet die Berechnung der Laufzeiten.

§ 50. Die Schallbahnen. Aus den im vorigen Paragraphen gewonnenen Daten lassen sich ohne weiteres Schallbahnen konstruieren. Fig. 58 gibt ein typisches Beispiel, das etwa der ausgezogenen Kurve der Fig. 57 für die Schallgeschwindigkeit entspricht. Man erkennt, wie die große Intensität der Schallwellen am Innenrand der anormalen Zonen durch Brennpunktswirkung entsteht. Schallwellen, die über 60–70 km Höhe emporgedrungen sind, wurden bisher im allgemeinen rechnerisch nicht gefunden. Offenbar werden diese entsprechend der Theorie von SCHRÖDINGER (vgl. S. 115) absorbiert, wie dies auch in Fig. 58 angedeutet ist. Die äußere Begrenzung der Zone anormaler Hörbarkeit wird also etwa durch

die Schallwellen gebildet, die in rund 60 km Höhe umgebogen sind. Ein stärkerer Temperaturanstieg in der Stratosphäre würde also auch die äußere Grenze der anormalen Zone hinausschieben. Im übrigen hängt, wie wir sahen, die Zonenbreite stark von den Bedingungen in den unteren Troposphärenschichten ab.

Rückt die Schallquelle in die Höhe, so rückt, wie man sich leicht überzeugen kann, die anormale Zone nach innen, und wenn die Schallquelle in der Höhe liegt, in der die ersten Schallstrahlen umbiegen, so gehen die normale und die anormale Zone ineinander über, es bleibt dann nur noch ein Ring stärkerer Hörbarkeit übrig. Auch dies scheint den Beobachtungen zu entsprechen. (Vgl. auch S. 125.)

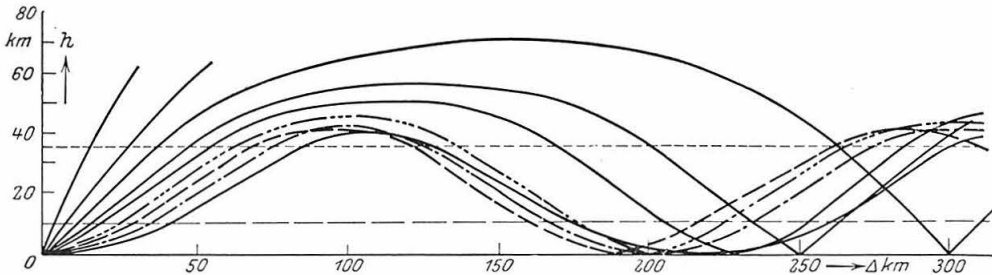


Fig. 58
Mittlere Schallbahnen in der Atmosphäre
(h = Höhe, Δ = Entfernung von der Schallquelle)

Aus der Breite der Zonen, die von den Schallstrahlen auf der Erdoberfläche ausgeschnitten werden, wenn die Einfallswinkel an der Quelle gleich gewählt werden, läßt sich schließlich auch die Intensität berechnen (vgl. S. 112). Man erkennt ohne weiteres aus Fig. 58, daß am inneren Rande der anormalen Zone (abgesehen von gebeugten Schallstrahlen) das Intensitätsmaximum liegen muß. Es entspricht dies durchaus den Beobachtungen (vgl. S. 131). Treffen ursprünglich benachbarte Strahlen gleichzeitig auf die gleiche Stelle der Erdoberfläche, so entsteht genau wie in der Optik ein *Brennpunkt*.

§ 51. Die Erklärung der anormalen Hörbarkeitszone. Die Versuche, die Ursache für die Zone anormaler Hörbarkeit zu finden, gliedern sich in zwei Gruppen. Bei der einen nehmen die Autoren an, daß die Grundlagen für die theoretische Berechnung der Schallgeschwindigkeit nicht zutreffen, bei der anderen wird die Ursache in den verschiedenen Größen gesehen, welche die Schallgeschwindigkeit beeinflussen. Beginnen wir mit der ersten Gruppe. Ihr wesentlichster Repräsentant ist die Hypothese, daß

a) der Wind die Ursache für die anormale Zone ist. Wir hatten S. 120ff. gesehen, daß der Wind in der Tat imstande ist, getrennte Zonen der Hörbarkeit zu bewirken. Es lag daher die Vermutung nahe, daß auf ihn auch die äußeren Zonen zurückzuführen sind. Insbesondere hat J. KÖLZER¹⁾ diesen Standpunkt vertreten. Daß der Wind in der Tat die Schallausbreitung beeinflusst, ist außer Zweifel. Aber als Hauptursache der äußeren Zone kommt er nach den jetzt vorliegenden Beobachtungstatsachen nicht mehr in Frage, und zwar aus folgenden Gründen: Selbst bei fast windstillen Tagen wurde die äußere Zone festgestellt, diese fehlt anscheinend überhaupt nie. Vor allem läßt sich aber

¹⁾ Meteorol. Zeitschr. 1925 und 1926; Zeitschr. f. Geophysik, 2, 229, 1926; 4, 250, 1928.

die ringförmige Anordnung der Schallbeobachtungen in der äußeren Zone und insbesondere die Ausbildung mehrerer regelmäßiger Ringe nicht erklären. Die S. 119ff. theoretisch gefundenen Formen setzen Temperaturabnahme voraus (vgl. z. B. Fig. 40 S. 120). In einer isothermen Atmosphäre lassen sich derartige Schallverteilungen durch Wirkung des Windes allein nicht erreichen. Daß die Schicht, welche die Umkehr der Schallstrahlen bewirkt, über 20 km hoch liegen muß, folgt aus den Laufzeiten. Schließlich hat A. WEGENER darauf aufmerksam gemacht, daß der Wind stark wechselt, daß anderseits die Schwankungen des inneren Radius der in Frage kommenden Zone relativ gering sind, so daß es sich in der Hauptsache um eine Ursache handelt, die relativ konstant wirkt und höchstens im Laufe des Jahres etwas größere Schwankungen besitzt.

b) Überschallgeschwindigkeit in der Höhe. Gleichzeitig sprachen A. WEGENER¹⁾ und R. MEYER²⁾ die Vermutung aus, daß die Druckänderung der Luft durch die Schallwelle in größeren Höhen groß gegenüber dem Druck selbst werden könne, so daß dann die LAPLACESche Formel nicht mehr gilt, sondern die Beziehungen für RIEMANNsche Stoßwellen (vgl. S. 101) angewandt werden müssen. Eine theoretische Diskussion über diesen Gegenstand rührt von E. WIECHERT³⁾ und R. MEYER⁴⁾ her, ohne daß auf diesem Wege eine endgültige Entscheidung in dieser theoretisch noch nicht genügend geklärten Frage hätte herbeigeführt werden können. Entscheidend ist dagegen wohl der Einwand von GUTENBERG⁵⁾, daß bei Zutreffen dieser Hypothese die Erscheinungen eine Funktion der Intensität der Explosion sein müßte. Je stärker die Explosion wäre, in desto geringerer Höhe müßten sich RIEMANNsche Wellen bilden, desto näher am Schallzentrum müßte also die innere Zone beginnen und desto früher müßten die Schallwellen in ihr eintreffen. Obwohl die Explosionsenergie in der Praxis außerordentlich schwankte (Oppau, schwache künstliche Explosionen) wurde etwas derartiges nicht festgestellt, so daß damit diese Vermutung widerlegt sein dürfte. Auch die jahreszeitliche Schwankung der Erscheinung spricht gegen diese Erklärung.

c) Beugung der Schallstrahlen als Ursache der anormalen Schallzonen. Schon 1917 und deutlicher 1927 sprach F. NÖLKE⁶⁾ die Vermutung aus, daß Beugung von Schallstrahlen die Ursache der Zonen anormaler Hörbarkeit sein könnte. R. SANDMANN⁷⁾ versuchte zu zeigen, daß man auf diese Weise in der Tat die richtigen Formen der Laufzeitkurven erhalten kann, und es ist auch nicht ausgeschlossen, daß solche Vorgänge manchmal lokal auftreten. Eine quantitative Durchführung eines Beispiels scheint bisher nicht erfolgt zu sein. Vor allem müßte der Nachweis erbracht werden, daß die Energie genügt, um eine so ausgedehnte Zone, wie es das Gebiet anormaler Hörbarkeit oft ist, mit Schallwellen genügender Intensität zu überdecken und dabei stellenweise solche Energiemengen zu konzentrieren, daß es in einer Entfernung von rund 200 km von der Schallquelle nach einer „Zone des Schweigens“ noch zum Zerspringen von Fensterscheiben⁸⁾ kommen kann. Man darf nicht übersehen, daß bei Beugung im günstigsten Fall nur ein relativ geringer Bruchteil der Schallenergie in die gebeugte Welle übergeht. Die Hypothese ist im ganzen viel weniger

¹⁾ Zeitschr. f. Geophysik, 1, 297, 1925.

²⁾ Zeitschr. f. Geophysik, 2, 78, 1926.

³⁾ Nachr. d. Akad. Göttingen, math.-phys. Kl., S. 49, 1925.

⁴⁾ Zeitschr. f. Geophysik, 2, 236, 1926.

⁵⁾ Physikal. Zeitschr., 27, 84, 1926.

⁶⁾ Physikal. Zeitschr. 1917, Nr. 17 und 18 sowie 1927, Nr. 8.

⁷⁾ Gerlands Beitr. z. Geophysik, 28, 241, 1931.

⁸⁾ GUTENBERG und RICHTER, ebenda, 1931, im Druck.

wahrscheinlich, als die Erklärung der Schallbahnen unter Voraussetzung wärmerer Luft in der Höhe, auf die wir unter e) zurückkommen.

Wir kommen nunmehr zu den Hypothesen, welche die Ursache für die Rückkehr der Schallstrahlen aus den Höhen von rund 40–60 km in Änderungen von Größen sehen, die in der Schallformel (256) S. 98 vorkommen. Diese lautet

$$C = \sqrt{101,32 \frac{c_p}{c_v} \frac{\alpha T}{\delta_0}}.$$

Zunächst wäre es denkbar, daß die spezifischen Wärmen c_p oder c_v oder der Wärmeausdehnungskoeffizient α sich bei stärkerer Druckabnahme wesentlich ändern. Dies scheint jedoch wenig wahrscheinlich zu sein (vgl. S. 99 bzw. S. 100). Es bleiben somit Dichte δ_0 des betr. Gases an der Erdoberfläche, also die Zusammensetzung der Atmosphäre in den in Frage kommenden Höhen, sowie die Temperatur T übrig.

d) Änderung der Zusammensetzung der Atmosphäre mit der Höhe. Die ersten Theorien¹⁾ zur Erklärung der anormalen Zonen gingen davon aus, daß mit der Höhe die leichten Gase zunehmenden Anteil an der Atmosphäre bekommen, daß also δ_0 ab- und somit die Schallgeschwindigkeit C nach (256) zunimmt. Die Rechnung zeigt, daß dann der Scheitelpunkt der Strahlen bei Diffusionsgleichgewicht in rund 70–80 km Höhe liegen müßte. Dem widersprechen aber alle Rechnungen aus Laufzeitkurven, die wesentlich tiefere Umkehrpunkte ergeben (vgl. S. 140), ferner würde nach der Theorie von SCHRÖDINGER (S. 116) alle Energie schon in Höhen zwischen 60 und 70 km absorbiert, und schließlich sprechen die neueren Ergebnisse (S. 71 ff.) dafür, daß in Höhen unter 100 km völlige Durchmischung der Atmosphäre vorhanden ist. Wir sehen also, daß weder die Grundlagen für diese Deutung der anormalen Schallstrahlen gegeben sind, noch daß die nach der Theorie berechneten Ergebnisse den Beobachtungen entsprechen.

e) Temperaturzunahme mit der Höhe als Ursache der anormalen Schallzonen. Als letzte mögliche Ursache für die Zonen anormaler Hörbarkeit bleibt also noch die Möglichkeit übrig, daß in der Stratosphäre die Temperatur wieder ansteigt und in rund 40 km Höhe den gleichen Wert wie am Boden erreicht. Dies müßte deswegen der Fall sein, weil nach den Ergebnissen über die Schallgeschwindigkeit in der Höhe (S. 140 ff.) dort etwa der gleiche Wert für C gefunden wird wie am Boden, und daher nach (256) auch der gleiche Wert für T vorhanden sein muß, da alle übrigen Größen der Beziehung (256) nach dem oben Gesagten unterhalb 100 km Höhe angenähert konstant sind.

Der erste, der diese Erklärung gab, war wohl WHIPPLE²⁾, nachdem bereits eine Reihe von anderen Autoren³⁾ auf andere Weise unter Annahme irgendwelcher Temperaturwirkungen Deutungsversuche unternommen hatten, die jedoch alle auf Widersprüche führten oder sich sonst als nicht durchführbar erwiesen. Die erste Berechnung der Temperatur der Stratosphäre auf Grund der Schallgeschwindigkeit führte GUTENBERG⁴⁾ aus. In der Folgezeit traten dann mehr und mehr Forscher dieser Ansicht bei, die noch 1928 fast allgemein als völlig

¹⁾ VON DEM BORNE, Physikal. Zeitschr., 11, 483, 1910. Weitere historische Literatur S. 130/31; vgl. insbesondere WEGENER, Zeitschr. f. Geophysik, 1, 313, 1925, auch für das folgende.

²⁾ Nature, 111, 187, 1923.

³⁾ V. KOMMERELL, Physikal. Zeitschr., 17, 172, 1916. — FR. NÖLKE, ebenda, 17, 31, 1916; 17, 283, 1916; 18, 501, 1917.

⁴⁾ Physikal. Zeitschr., 27, 84, 1926.

unmöglich betrachtet wurde. Insbesondere die Feststellung, daß in Höhen von der gleichen Größenordnung eine Schicht mit größerem Ozongehalt vorhanden ist (vgl. Band 8), und daß aus diesem Grunde höhere Temperaturen zu erwarten sind¹⁾, beseitigte viele Zweifel. Zurzeit kann die Berechnung der Stratosphären-temperatur aus der Schallgeschwindigkeit als die beste Methode zur Feststellung der Stratosphärentemperatur gelten.

In Fig. 59 ist eine Reihe von Kurven für die Änderung der Temperatur mit der Höhe zusammengestellt, die gewonnen wurden. Die obere Kurve gibt ein Beispiel für den Temperaturverlauf im Sommer, die beiden anderen für

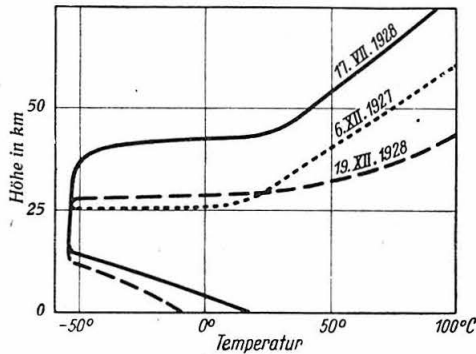


Fig. 59

Vermutliche Temperatur der Stratosphäre nach Schallbeobachtungen.
Die Fehlergrenzen ergeben sich aus den Angaben S. 141

Winterbeobachtungen. Nach den Ergebnissen von WEGENER S. 131 ist es ziemlich sicher, daß die Distanz, in der Schallstrahlen mit einem bestimmten Einfallswinkel zur Erde zurückkommen, im Spätwinter ein Minimum, im Spätsommer ein Maximum besitzt. Andererseits zeigt die Rechnung, daß diese Änderung durch die Temperaturänderungen der Troposphäre im Laufe des Jahres zwar beeinflusst, nicht aber bedingt sein kann. Es bleibt hiernach nur übrig, daß die Hauptquelle für diese Schwankungen in der Stratosphäre liegt, und zwar muß hiernach die Höhe, in der der Temperaturanstieg beginnt, im Spätwinter im allgemeinen am kleinsten, im Spätsommer am größten sein. Es ist nun sehr bemerkenswert, daß die Ozonschicht in der Stratosphäre in Mitteleuropa entsprechende Schwankungen zeigt: Im Spätwinter und Frühjahr ist die wirksame Schicht am größten. Der Parallelismus, der noch weiterer Untersuchungen bedarf, spricht jedenfalls für ursächlichen Zusammenhang.

¹⁾ Vgl. z. B. E. H. GOWAN, Proc. Roy. Soc. London, (A), 128, 531, 1930. Vgl. auch S. 61.

Berichtigung

Gleichung (255) S. 98 muß lauten: $\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} \alpha T$.